



1. DATOS GENERALES DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE (UA) O ASIGNATURA			
Nombre de la Unidad de Aprendizaje (UA) o Asignatura			Clave de la UA
Álgebra Lineal Numérica			I5969
Modalidad de la UA	Tipo de UA	Área de formación	Valor en créditos
Escolarizada	Curso	Básica Común Obligatoria	9
UA de pre-requisito		UA simultaneo	UA posteriores
Programación para ciencias (I5937)		Taller de Álgebra Lineal Numérica (I5970)	Análisis Numérico (I5938) Proyecto integrador de modelación matemática (I5986) Seminario del módulo de métodos numéricos (I5971) Tópicos selectos de álgebra lineal computacional (I5978) Tópicos selectos de elemento finito (I5980)
Horas totales de teoría		Horas totales de práctica	Horas totales del curso
68		0	68
Licenciatura(s) en que se imparte		Módulo al que pertenece	
Matemáticas		Métodos Numéricos	
Departamento		Academia a la que pertenece	
Matemáticas		Modelación Matemática	
Elaboró		Fecha de elaboración o revisión	
Juan Antonio Licea Salazar Emilia Fregoso Becerra Miguel Ángel Olmos Gómez José Alberto Gutierrez Robles		19/10/2017	



2. DESCRIPCIÓN DE LA UA O ASIGNATURA		
<b>Presentación</b>		
<p>En distintas áreas de la ciencia y las ingenierías, como son la mecánica de fluidos, análisis de estructuras, física de partículas elementales, geofísica, oceanografía, entre otras, es común encontrar que resolver cierto problema finalmente se reduce a resolver un sistema de ecuaciones lineales o un problema de valores propios, aun cuando el problema original sea no lineal. Por su naturaleza, gran parte de estos problemas dan lugar a sistemas con una cantidad masiva de ecuaciones, por lo que contar con herramientas eficientes para resolver dichos problemas mediante el uso de una computadora es fundamental. El álgebra lineal numérica se centra en desarrollar métodos numéricos para resolver problemas del álgebra lineal mediante el uso de la computadora. Aspectos importantes en el estudio y desarrollo de dichos métodos son condicionamiento, estabilidad, convergencia y costo computacional de los algoritmos y/o métodos.</p> <p>Al término de este curso el alumno será capaz de deducir y analizar los métodos utilizados en la solución de problemas relacionados con el álgebra lineal numérica, así como aplicarlos a la solución de casos reales en las ciencias exactas e ingenierías mediante su implementación en una computadora.</p>		
<b>Relación con el perfil</b>		
<b>Modular</b>	<b>De egreso</b>	
<p>Esta UA pertenece al módulo de Métodos Numéricos cuyo propósito es usar herramientas de cómputo científico, entendiendo los algoritmos utilizados y las particularidades de los resultados obtenidos. Formular y resolver problemas de la ciencia y la tecnología en términos del lenguaje matemático actual. Esta UA ayuda a la consecución de dicho propósito al usar el pensamiento cuantitativo y razonamiento analítico para identificar y analizar cantidades y magnitudes, sus formas y relaciones, a través de herramientas matemáticas modernas.</p>	<p>A través del Álgebra Lineal Numérica, el Licenciado en Matemáticas, utiliza el pensamiento analítico y las herramientas matemáticas y numéricas para proponer modelos computacionales que resuelven situaciones reales en otras áreas del conocimiento. Utiliza herramientas numéricas para la optimización de procesos y la solución de problemas complejos.</p>	
<b>Competencias a desarrollar en la UA o Asignatura</b>		
<b>Transversales</b>	<b>Genéricas</b>	<b>Profesionales</b>
<p>Construye un discurso comunicable de las ideas propias de acuerdo con el contexto en que se deba expresar (incluir idiomas extranjeros).</p> <p>Gestiona su propio aprendizaje para el cumplimiento de las metas propias, identificando los recursos necesarios y logrando la disciplina requerida.</p> <p>Crea y defiende una postura propia ante los distintos fenómenos con base en el pensamiento crítico (la abstracción, el análisis y la síntesis) y privilegiando la investigación como método.</p> <p>Plantea problemas de la realidad en términos del conocimiento científico disponible para su solución.</p>	<p>Analiza e interpreta modelos matemáticos de situaciones teóricas y prácticas congruentes con la realidad observada para apoyar la toma de decisiones.</p> <p>Resuelve problemas de la ciencia y la tecnología en términos del lenguaje matemático congruentes con la matemática actual.</p> <p>Utiliza las herramientas del cómputo científico como apoyo para entender, plantear y resolver problemas teóricos y prácticos, entendiendo los algoritmos utilizados y conociendo las particularidades de los resultados computacionales obtenidos.</p>	<p>Aplica los algoritmos numéricos en la solución de problemas matemáticos de ingeniería y ciencias cuya solución analítica resulta compleja o no existente, para la implementación de diferentes procesos.</p> <p>Identifica y clasifica los diferentes tipos de datos para plantear un modelo matemático adecuado.</p> <p>Emplea herramientas de software para lograr una eficiente resolución de problemas matemáticos en base a métodos numéricos.</p>
<b>Saberes involucrados en la UA o Asignatura</b>		
<b>Saber (conocimientos)</b>	<b>Saber hacer (habilidades)</b>	<b>Saber ser (actitudes y valores)</b>



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

<p>Diferentes tipos de error en el cómputo científico.</p> <p>Problemas matemáticos, condicionamiento y estabilidad.</p> <p>Métodos directos para la solución de sistemas de ecuaciones lineales: eliminación de Gauss, eliminación de Gauss-Jordan y técnicas de pivoteo.</p> <p>Notación "big O" y complejidad computacional, conteo de operaciones.</p> <p>Factorización de matrices: LU, Cholesky, QR.</p> <p>Matrices especiales: matrices banda, matrices simétricas y positivo definidas. Matrices de Vandermonde, matrices de Hilbert.</p> <p>Ajuste de mínimos cuadrados lineales. Ecuaciones normales y su solución mediante factorización de Cholesky o factorización QR.</p> <p>Métodos iterativos para la solución de sistemas de ecuaciones lineales: Jacobi, Gauss-Seidel y SOR.</p> <p>Valores y vectores propios. Forma canónica de Jordan, descomposición de Schur, y descomposición de valores singulares.</p> <p>Método de la potencia, método de la potencia inversa. Transformaciones de Householder, rotaciones de Givens e Iteración QR.</p> <p>Iteración de Alnordi e iteración de Lanczos.</p> <p>Descomposición de valores singulares.</p>	<p>Identifica y organiza la información que se requiere para resolver un problema.</p> <p>Acuerda metas en común para organizar el trabajo en equipo, desde una perspectiva equitativa.</p> <p>Comprende, compara y discute los métodos numéricos.</p> <p>Analiza la eficiencia de los métodos numéricos.</p> <p>Programa y aplica los métodos numéricos.</p> <p>Identifica y corrige errores de compilación en una computadora.</p> <p>Interpreta resultados numéricos.</p>	<p>Valorar el empleo de herramientas computacionales en el modelado matemático de fenómenos reales.</p> <p>Muestra seguridad al hablar y transmitir mensajes.</p> <p>Cumple con los acuerdos establecidos en equipo.</p> <p>Escucha la opinión de sus compañeros y expresa la suya con apertura. El alumno respeta los diferentes puntos de vista a través de la discusión ordenada. Presenta sus productos en tiempo y forma, de tal manera que demuestra interés y cuidado en su trabajo.</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Producto Integrador Final de la UA o Asignatura**



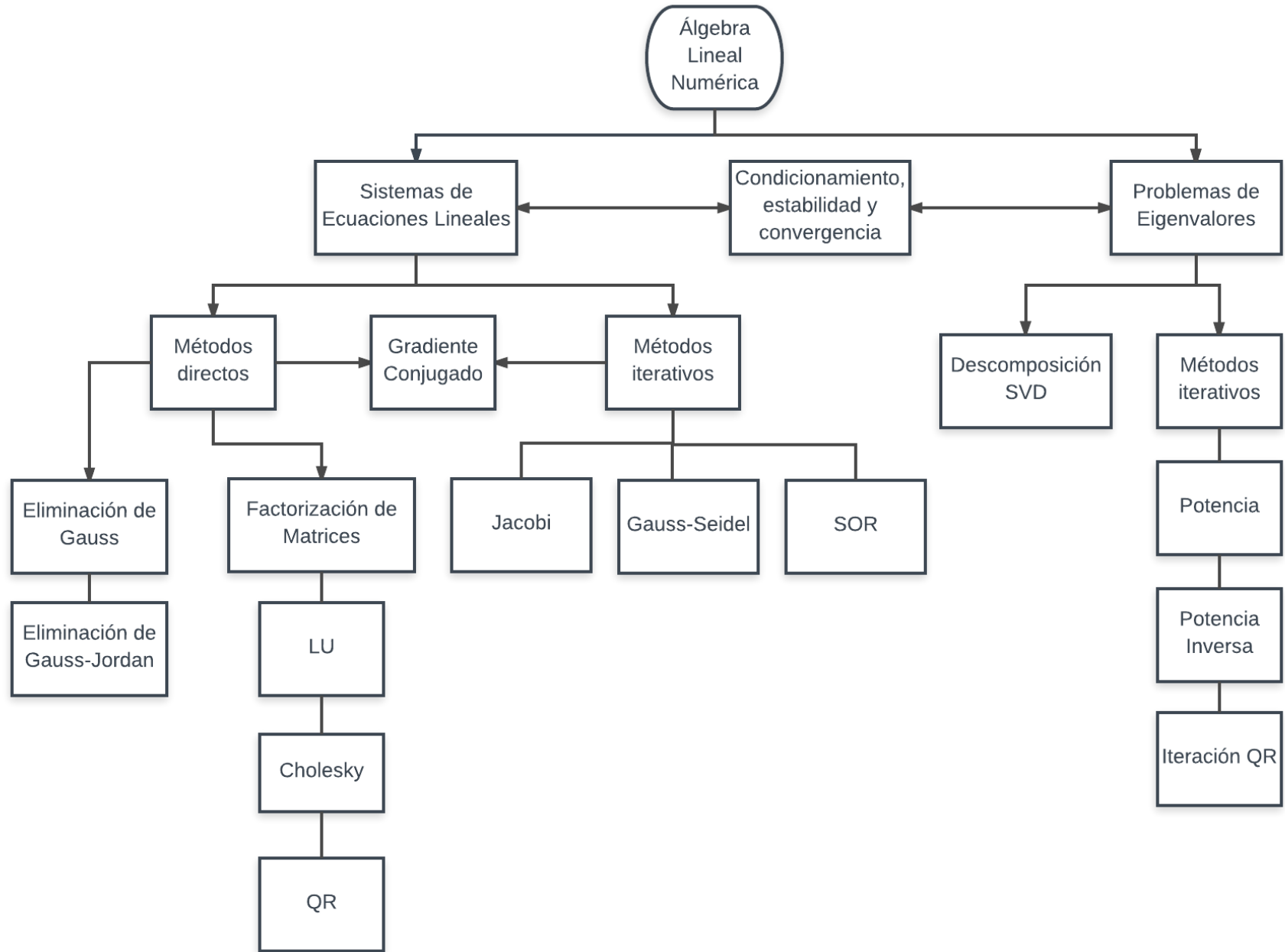
## UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

**Título del Producto:** Proyecto de aplicación

**Objetivo** Implementar las capacidades analíticas y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso que fue capaz de alcanzar durante el curso, para el desarrollo e interpretación de una aplicación en específico de las ciencias o las ingenierías, con el fin de utilizar sus algoritmos matemáticos para dar una interpretación lógica a su resultado.

**Descripción:** Elaborar un producto donde el alumno sea capaz de sentar las bases del conocimiento de la UA y otras áreas relacionadas, identificando los conocimientos previos que requiere para la implementación y desarrollo del proyecto, y de esta manera le sea posible interpretar de una manera más acertada sus resultados. El proyecto será elaborado de una manera colaborativa, respetando, valorando y escuchando las opiniones de los integrantes del proyecto para entregar un producto de calidad y a tiempo. (La finalidad del proyecto es que el alumno comience a hacer investigación y se dé cuenta que puede utilizar todas sus herramientas para obtener un producto de calidad. También se busca con dicho trabajo que exista una comunicación respetuosa y de calidad con sus pares y que desarrolle los valores de tolerancia, armonía, respeto, entre otros)

### 3. ORGANIZADOR GRÁFICO DE LOS CONTENIDOS DE LA UA O ASIGNATURA





**4. SECUENCIA DEL CURSO POR UNIDADES TEMÁTICAS**

**Unidad temática 1: Fuentes de error en el cómputo numérico**

**Objetivo de la unidad temática:** Introducir al alumno al cómputo con aritmética finita, tipos de error, condicionamiento de problemas y estabilidad de algoritmos.

**Introducción:** Debido a que una computadora posee una cantidad finita de memoria, en esta sólo se pueden representar una cantidad finita de números reales. Al trabajar con números en una computadora existe un error inherente a la forma de representarlos, conocido como error de redondeo. Otra fuente de error en el cómputo numérico surge al aproximar los objetos (funciones, matrices, vectores) en un problema matemático por medio de objetos más simples, de manera que sea posible recuperar una aproximación a la solución de dicho problema. El error en la solución de un problema se ve entonces afectado por el método para aproximar la solución, errores de redondeo y el algoritmo empleado. El análisis de condicionamiento y estabilidad consiste en analizar la propagación de errores al resolver un problema matemático en una computadora.

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática
1.1 Aritmética de punto flotante y tipos de error 1.2 Normas de matrices y propiedades elementales 1.3 Condicionamiento 1.4 Convergencia y estabilidad	<p>Sistema binario, estándar IEEE para aritmética de punto flotante, error de truncamiento, formas de medir el error.</p> <p>Matrices, normas de vectores, normas de matrices, y sus relaciones.</p> <p>Problema matemático y algoritmo. Perturbaciones en los datos y su efecto en las respuestas. Condicionamiento de un problema.</p> <p>Notación “big O” y razón de convergencia.</p> <p>Ejemplos concretos donde se pueda apreciar la propagación de errores de redondeo al resolver un problema en una computadora, dándole énfasis a problemas relacionados con el álgebra lineal.</p> <p>Presenta sus productos en tiempo y forma, de tal manera que demuestra interés y cuidado en su trabajo.</p> <p>Escucha la opinión de sus compañeros y expresa la suya con apertura.</p> <p>Muestra seguridad al hablar y transmitir mensajes.</p>	<p>Programas de cada uno de los ejercicios y o métodos asignados, escritos en Python (o equivalente): presentará los programas funcionando correctamente y explicará de manera oral el funcionamiento de cada uno de ellos.</p> <p>Solución de problemas teórico-numéricos proporcionados por el profesor, incluyendo un reporte escrito con interpretación de los resultados.</p>

Actividades del docente	Actividades del estudiante	Evidencia de la actividad	Recursos materiales y	Tiempo destinado
Introduce el tema de tipos de error que pueden surgir al realizar aproximaciones a las soluciones de distintos problemas mediante el uso de algoritmos implementados en una	Participar de manera activa en la sesión de lluvia de ideas. Proporciona ejemplos de tipos de error y realiza los cálculos correspondientes. Interpreta los	Cálculos.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab,	30 min



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

computadora. Para esto el docente motivará la discusión a través de una lluvia de ideas.	resultados.		etc.)	
Presenta a los alumnos el estándar IEEE para aritmética de punto flotante de 32 y 64 bits. Establece notación para la representación de números normalizados en base decimal. Formaliza el concepto de truncamiento y redondeo. Se presentan ejemplos haciendo énfasis en la forma correcta de llevar a cabo la representación de números normalizados tanto en el sistema binario como en sistema decimal. Asesoría en el uso de software.	Identifica la diferencia entre números reales y su representación en la computadora mediante truncamiento y/o redondeo. Realizar operaciones en con números normalizados en base decimal.  Calcula el error absoluto y el error relativo al realizar aproximaciones.	Cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	2h 30 min
Introduce el concepto de normas de matrices. Presenta algunos ejemplos importantes de normas de matrices. Establece propiedades de las normas de matrices y normas de vectores.	Identifica las diferencias entre normas de matrices y normas de vectores. Estudia propiedades básicas de normas de matrices y relaciones entre ellas. Realiza demostraciones de estas propiedades.	Cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos. Demostraciones.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	4h
Introduce el concepto de condicionamiento y número de condición de un problema matemático. Expone algunos ejemplos típicos para ilustrar el concepto. Asesoría en el uso de software.	Realiza cálculo del número de condición de algunos problemas típicos como evaluar una función, restar dos números, multiplicación matriz vector, entre otros. Posteriormente realiza cálculos en aritmética finita que validen la teoría.	Cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos. Demostraciones.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	4h
Establece la notación "big O" y su aplicación para medir la razón de convergencia de límites. Establece la definición de estabilidad y presenta ejemplos típicos. Puntualiza la diferencia entre condicionamiento y estabilidad.	Analiza la convergencia de límites de algunas funciones o sucesiones para ejemplificar el uso de la notación "big O". Desarrolla demostraciones de estabilidad para algoritmos.	Cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos. Demostraciones.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	4h

## Unidad temática 2: Métodos directos para resolver sistemas de ecuaciones lineales

**Objetivo de la unidad temática:** Analizar e implementar los métodos directos clásicos para la solución de sistemas de ecuaciones lineales, como lo son eliminación de Gauss, eliminación de Gauss- Jordan, eliminación de Gauss con pivoteo, y factorización de matrices.

**Introducción:** En distintas áreas de la ciencia y la ingeniería como lo es análisis estructural, física de partículas, dinámica de fluidos, entre otras, una fracción significativa de los problemas de aplicación requieren de la solución de grandes sistemas de ecuaciones lineales para realizar simulaciones. En esta unidad temática se estudian algunos de los métodos básicos directos para la solución de sistemas de ecuaciones lineales, así como sus relaciones, ventajas y/o posibles desventajas al ser aplicados en distintos escenarios.

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática
2.1 Eliminación Gaussiana, Eliminación de Gauss-Jordan 2.2 Conteo de operaciones 2.3 Técnicas de pivoteo 2.4 Factorización LU, Factorización de Cholesky 2.5 Factorización QR y el proceso de Gram-Schmidt 2.6 Mínimos cuadrados	Matriz de coeficientes de un sistema, matriz aumentada, operaciones con filas, matriz triangular superior, matriz triangular inferior, rango de una matriz.  Conteo de operaciones de Eliminación Gaussiana.  Factorización de matrices, algoritmo de Dolittle, matriz	Programas de cada uno de los ejercicios propuestos, escritos en Python (o equivalente): presentará los programas funcionando correctamente y explicará de manera oral el funcionamiento de cada uno de ellos.



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

<p>2.7 Tipos especiales de matrices 2.8 Estabilidad y análisis de error</p>	<p>simétrica y definida positiva, factorización de Cholesky.</p> <p>Espacio generado por un conjunto de vectores, espacio columna, producto interior, matriz ortogonal, proyección ortogonal de vectores, proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt y factorización QR.</p> <p>Problemas de mínimos cuadrados lineales y ajuste de modelos. Solución del problema de mínimos cuadrados mediante la factorización de Cholesky, y mediante la factorización QR.</p> <p>Matrices banda, matrices tridiagonales.</p> <p>Análisis de estabilidad del algoritmo de eliminación Gaussiana.</p> <p>Presenta sus productos en tiempo y forma, de tal manera que demuestra interés y cuidado en su trabajo.</p> <p>Escucha la opinión de sus compañeros y expresa la suya con apertura.</p> <p>Muestra seguridad al hablar y transmitir mensajes.</p>	<p>Solución de problemas teórico-numéricos proporcionados por el profesor, incluyendo un reporte escrito con interpretación de los resultados numéricos.</p>
---------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Actividades del docente	Actividades del estudiante	Evidencia de la actividad	Recursos materiales y	Tiempo destinado
<p>Establecer notación para la matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales y explicar la mecánica de las operaciones con filas para la introducción de ceros. Establecer el algoritmo de eliminación Gaussiana simple: eliminación hacia adelante y sustitución hacia atrás. Establecer el algoritmo para eliminación de Gauss-Jordan: eliminación hacia adelante y eliminación hacia atrás.</p>	<p>Identifica las principales características del método de eliminación Gaussiana</p> <p>Resuelve sistemas de ecuaciones lineales mediante eliminación Gaussiana.</p> <p>Resuelve sistemas de ecuaciones lineales mediante Eliminación de Gauss-Jordan.</p> <p>Calcula la inversa de una matriz mediante Eliminación de Gauss-Jordan.</p>	<p>Cálculos y programas correspondiente a los ejercicios propuestos.</p>	<p>-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)</p>	<p>2 h</p>
<p>Explicar en qué consiste el conteo de operaciones. Realiza el conteo de operaciones para eliminación de Gauss simple.</p>	<p>Realiza conteo de operaciones para operaciones simples: producto punto, multiplicación matriz vector, multiplicación de dos matrices.</p>	<p>Cálculos y solución de ejercicios.</p>	<p>-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)</p>	<p>1 h</p>
<p>Mostrar mediante un ejemplo como es que los errores de redondeo se propagan al resolver un sistema de ecuaciones y cómo esto puede mejorar reordenando las ecuaciones. Explicar en qué consiste el pivoteo parcial.</p>	<p>Identifica las principales características de las técnicas de pivoteo. Resuelve sistemas de ecuaciones lineales en aritmética finita mediante eliminación Gaussiana con pivoteo parcial y sin pivoteo parcial. Compara</p>	<p>Cálculos y programas correspondiente a los ejercicios propuestos.</p>	<p>-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)</p>	<p>1 h</p>





# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

	resultados.		Scilab, etc.)	
Explicar cómo es que el proceso de eliminación Gaussiana produce la factorización LU de una matriz. Explicar que la factorización LU se puede lograr también mediante el algoritmo de Dolittle.	Identifica las principales características de la factorización LU. Realiza factorización LU de matrices mediante eliminación Gaussiana y mediante el algoritmo de Dolittle.	Cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	3 h
Establecer la definición de matriz simétrica y definida positiva y algunas de sus propiedades. Expone el algoritmo para la factorización de Cholesky.	Identifica las principales características de las matrices simétricas y definidas positivas. Demuestra que una matriz simétrica de 3x3 es definida positiva en tres formas distintas: completando cuadrados, mediante el criterio de Sylvester y calculando su factorización de Cholesky. Analiza las diferencias entre los distintos enfoques mediante una lluvia de ideas. Utiliza la factorización de Cholesky en la solución de sistemas de ecuaciones lineales.	Cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	4 h
Expone el método de ortogonalización de Gram-Schmidt y como este da a lugar a la factorización QR reducida de una matriz.	Identifica las principales características del proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt, y lo utiliza para alculr la factorización QR reducida de matrices de distintos tamaños.	Cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	3 h
Exponer el tema de mínimos cuadrados. Explica cómo es que el problema de mínimos cuadrados se puede resolver mediante factorización de Cholesky, factorización QR, y mencionar que también se puede resolver mediante factorización SVD que se abordará al final del curso.	Realiza el ajuste de modelos de distintas áreas de la ciencia con datos mediante la técnica de mínimos cuadrados. Resuelve las ecuaciones normales con factorización de Cholesky y factorización QR. Entiende las ventajas y desventajas de cada uno de los enfoques.	Gráficas, cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	3 h
Exponer el tema de tipos especiales de matrices: matrices diagonalmente dominantes, matrices simétricas y definidas positivas, matrices banda. Establecer un algoritmo de factorización LU y su aplicación en la solución de un sistema de ecuaciones donde la matriz del sistema es tridiagonal que utilice $O(3n)$ espacio y memoria.	Adapta el método de eliminación Gaussiana a matrices tridiagonales, de manera que se evite realizar operaciones innecesarias. El algoritmo resultante debe tener una costo computacional $O(3n)$ en memoria y tiempo.	Gráfica, cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.) - Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	2 h
Realizar un análisis de estabilidad para el algoritmo de eliminación Gaussiana con respecto a errores de redondeo.	Resuelve ejemplos relacionados con la estabilidad de eliminación Gaussiana.	Cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave,	3 h



			Scilab, etc.)	
Realiza una sesión interactiva de asesoría en la escritura de código y pseudocódigo de los algoritmos de la unidad temática,	Participa en la sesión interactiva desarrollando pseudocódigo para los algoritmos de la unidad temática. Lleva a cabo la programación de los algoritmos de la unidad temática mediante el uso de algún lenguaje de programación (Python, Octave, Scilab, etc.)	Programas de los métodos vistos en la unidad temática funcionando correctamente y debidamente documentados.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	2 h

**Unidad temática 3: Métodos iterativos para resolver sistemas de ecuaciones lineales**

**Objetivo de la unidad temática:** Introducir al estudiante a los métodos iterativos clásicos para la solución de sistemas de ecuaciones lineales. Establecer condiciones necesarias y suficientes para la convergencia de dichos métodos, y analizar las posibles ventajas/limitaciones de cada uno de ellos.

**Introducción:** Como una alternativa a los métodos directos considerados durante la unidad temática 2, ahora consideramos métodos iterativos para determinar aproximaciones a las soluciones de sistemas de ecuaciones lineales. En este curso se considerará la familia de métodos iterativos conocidos como métodos estacionarios, que están basados en el método de iteración de punto fijo para resolver ecuaciones no lineales, y un método basado en subespacios de Krylov como lo es el método del gradiente conjugado. En esta unidad temática se deducirán los métodos clásicos: Jacobi, Gauss-Seidel, SOR, y el método del gradiente conjugado. Posteriormente se analizarán los criterios de convergencia correspondientes, y se discutirán sus posibles alcances, ventajas y/o desventajas.

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática
3.1 Método de Jacobi, método de Gauss-Seidel 3.2 Método de sobre-relajación sucesiva (SOR) 3.3 Análisis de convergencia de los métodos iterativos 3.4 Método del gradiente conjugado	Iteración de punto fijo, método iterativo estacionario, criterio de paro.  Radio espectral, normas de matrices, matrices convergentes.  Condiciones necesarias y suficientes para la convergencia de los métodos iterativos estacionarios.  Condiciones necesarias para la convergencia de los métodos de Jacobi y Gauss-Seidel.  Iteraciones del gradiente conjugado, A-ortogonalidad, direcciones conjugadas.  Presenta sus productos en tiempo y forma, de tal manera que demuestra interés y cuidado en su trabajo.  Escucha la opinión de sus compañeros y expresa la suya con apertura. Muestra seguridad al hablar y transmitir mensajes.	Programas de cada uno de los ejercicios propuestos, escritos en Python (o equivalente): presentará los programas funcionando correctamente y explicará de manera oral el funcionamiento de cada uno de ellos.  Solución de problemas teórico-numéricos proporcionados por el profesor, incluyendo un reporte escrito con interpretación de los resultados numéricos.

Actividades del docente	Actividades del estudiante	Evidencia o de la actividad	Recursos materiales y	Tiempo destinado
Exponer los métodos iterativos de Jacobi y Gauss-Seidel, y establecer notación matricial para dichos métodos. Realizar ejemplos numéricos en el pizarrón.	Identifica las principales características de los métodos iterativos.  Realiza iteraciones de Jacobi y Gauss-Seidel para	Cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos. Cálculo del error.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico	1 h 30 min



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

	sistemas lineales de 3x3 sólo con ayuda de la calculadora.		libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	
Exponer el tema del método de sobre-relajación sucesiva (SOR). Establecer notación matricial. Realizar un ejemplo numérico en el pizarrón.	Realiza iteraciones de SOR con distintos valores del parámetro omega para sistemas de 3x3 sólo con ayuda de la calculadora.  Identifica las diferencias entre Jacobi, Gauss-Seidel y SOR.	Cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos. Cálculo del error.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	30 min
Realizar caracterización de la convergencia de los métodos iterativos estacionarios en términos del radio espectral de la matriz de iteración. Establecer criterio de convergencia en términos de la norma y explicar las diferencias, ventajas y/o desventajas con respecto al uso del radio espectral.	Calcula el radio espectral de la matriz de iteración de los métodos Jacobi, Gauss-Seidel y SOR para sistemas de ecuaciones lineales específicos, realizar iteraciones, comparar resultados.  Identifica el impacto del radio espectral de la matriz de iteración en el desempeño del método.	Cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos. Cálculo del error.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	3 h
Deriva el método del gradiente conjugado. Demuestra propiedades básicas de las soluciones construidas mediante las iteraciones de gradiente conjugado.	Identifica las principales características del método del gradiente conjugado.  Realiza iteraciones de gradiente conjugado para sistemas de ecuaciones lineales de 2x2 sólo con ayuda de la calculadora. Demuestra propiedades básicas de las soluciones construidas mediante las iteraciones de gradiente conjugado.	Cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos. Cálculo del error.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	3 h
Realiza una sesión interactiva de asesoría en la escritura de código y pseudocódigo de los algoritmos de la unidad temática,	Participa en la sesión interactiva desarrollando pseudocódigo para los algoritmos de la unidad temática.  Lleva a cabo la programación de los algoritmos de la unidad temática mediante el uso de algún lenguaje de programación (Python, Octave, Scilab, etc.)	Programas de los métodos vistos en la unidad temática funcionando correctamente y debidamente documentados.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	2 h

## Unidad temática 4: Aproximación de valores y vectores propios

**Objetivo de la unidad temática:** Comprender y analizar algunas de las técnicas básicas para el cálculo de valores y vectores propios, entre ellas se encuentran el método de la potencia y la iteración QR. Adicionalmente se realizará una breve introducción a la descomposición de valores singulares.

**Introducción:** La aproximación de valores y vectores propios es uno de los problemas más importantes en el cómputo científico, por lo que contar con herramientas eficientes para resolver dichos problemas es indispensable. En esta unidad temática se realiza un breve repaso sobre valores y vectores propios, para posteriormente analizar algunos de los métodos clásicos para el cálculo de valores y vectores propios como lo es el método de la potencia, potencia inversa, iteración QR y la iteración de Arnoldi.

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática
4.1. Valores y vectores propios 4.2. Diagonalización de matrices 4.3. Método de la potencia 4.4. Método de Householder 4.5. Algoritmo QR para el cálculo de eigenvalores 4.6. Iteración de Arnoldi e iteración de Lanczos	Aplicaciones de valores y vectores propios.  Valor propio y vector propio dominantes. Iteración de las potencias de una matriz.  Matrices ortogonales, matrices simétricas, matrices de	Programas de cada uno de los ejercicios propuestos, escritos en Python (o equivalente): presentará los programas funcionando correctamente y explicará de manera oral el funcionamiento de cada uno de ellos.



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

<p>4.7 Descomposición de valores singulares</p>	<p>proyección ortogonal.</p> <p>Uso de transformaciones de Householder para la reducción de una matriz simétrica a una matriz tridiagonal.</p> <p>Aplicación de transformaciones de Householder para obtener la factorización QR de una matriz.</p> <p>Aplicación de rotaciones de Givens para obtener la factorización QR de una matriz tridiagonal.</p> <p>Iteraciones QR para el cálculo de eigenvalores.</p> <p>Uso de las iteraciones de Arnoldi e iteraciones de Lanczos para la reducción de una matriz a su forma de Hessenberg.</p> <p>Descomposición de valores singulares y el número de condición de una matriz. Aplicación de la descomposición de valores singulares en la solución de problemas de mínimos cuadrados.</p>	<p>Solución de problemas teórico-numéricos proporcionados por el profesor, incluyendo un reporte escrito con interpretación de los resultados numéricos.</p>
-------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Actividades del docente	Actividades del estudiante	Evidencia de la actividad	Recursos materiales y	Tiempo destinado
<p>Realiza un repaso sobre definiciones y resultados básicos pertinentes al cálculo de valores y vectores propios.</p>	<p>Calcula los valores y vectores propios para un sistema de 3x3.</p> <p>Realiza demostraciones de propiedades de propiedades básicas de los valores y vectores propios.</p>	<p>Cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos. Cálculo del error.</p>	<p>-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)</p>	<p>1 h 30 min</p>
<p>Presenta al alumno el teorema de la forma canónica de Jordan.</p>	<p>Calcula la factorización de valores propios para una matriz de 3x3. Utiliza la factorización de valores propios en la solución de problemas de aplicación.</p>	<p>Cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos. Cálculo del error.</p>	<p>-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)</p>	<p>30 min</p>
<p>Expone el método de la potencia, y potencia inversa con shift. Explica algunos detalles importantes de la implementación en la computadora.</p>	<p>Realiza iteraciones del método de la potencia y potencia inversa. Identifica las diferencias entre las iteraciones de la potencia y la potencia inversa.</p>	<p>Cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos. Cálculo del error.</p>	<p>-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)</p>	<p>3 h</p>
<p>Deduca la fórmula para las transformaciones de Householder, y presenta algunas de sus propiedades básicas.</p>	<p>Identifica las principales características de las transformaciones de Householder Reduce una matriz simétrica a una matriz tridiagonal mediante transformaciones de</p>	<p>Cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos. Cálculo del error.</p>	<p>-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico</p>	<p>1 h</p>



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

	Householder. Demuestra propiedades básicas de las transformaciones de Householder.		libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	
Establece un algoritmo basado en el uso de transformaciones de Householder para construir la factorización QR de una matriz.	Aplica las transformaciones de Householder para obtener la factorización QR de una matriz.	Cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos. Cálculo del error.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	2 h
Explica el funcionamiento de la iteración QR para obtener los valores propios de una matriz. Establece un algoritmo basado en transformaciones de householder para reducir una matriz simétrica a una matriz tridiagonal y nuevamente se aplica la iteración QR para determinar los valores propios realizando factorización QR mediante rotaciones de Givens. Puntualiza la diferencia en el costo computacional de realizar las iteraciones QR en la matriz original versus primero realizar la reducción a la forma tridiagonal y posteriormente realizar las iteraciones QR.	Identifica las principales características del algoritmo de iteración QR. Realiza iteraciones del algoritmo QR en la computadora. Estudia propiedades de las rotaciones de Givens.	Cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos. Cálculo del error.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	4 h
Expone el tema de factorización de valores singulares (SVD), y explica cómo esta factorización se puede utilizar para resolver el problema de mínimos cuadrados.	Identifica las principales características de la descomposición de valores singulares. Calcula la descomposición de valores de una matriz de $2 \times 3$ . Aplica la descomposición de valores singulares para resolver problemas de ajuste por mínimos cuadrados.	Cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos. Cálculo del error.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	3 h
Expone el tema del método de Arnoldi y el método de Lanczos para el cálculo de valores y vectores propios.	Identifica las principales características de los espacios de Krylov. Realiza iteraciones de los algoritmos de Arnoldi y Lanczos.	Cálculos y programas correspondientes a los ejercicios propuestos. Cálculo del error.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	4 h
Realiza una sesión interactiva de asesoría en la escritura de código y pseudocódigo de los algoritmos de la unidad temática,	Participa en la sesión interactiva desarrollando pseudocódigo para los algoritmos de la unidad temática. Lleva a cabo la programación de los algoritmos de la unidad temática mediante el uso de algún lenguaje de programación (Python, Octave, Scilab, etc.)	Programas de los métodos vistos en la unidad temática funcionando correctamente y debidamente documentados.	-Computadora. -Procesador de textos. -Software numérico libre (Python, Octave, Scilab, etc.)	2 h



**5. EVALUACIÓN Y CALIFICACIÓN**

**Requerimientos de acreditación:**

Para que el alumno tenga derecho al registro del resultado final de la evaluación en el periodo ordinario debe tener un mínimo de asistencia del 80% a clases y actividades registradas durante el curso. Para aprobar la Unidad de Aprendizaje el estudiante requiere una calificación mínima de 60.

**Criterios generales de evaluación:**

A lo largo de la UA se elaborarán diversos reportes e informes por escrito, que deberán seguir los siguientes lineamientos básicos (más los específicos de cada trabajo):

- Entrega en tiempo.
- Diseño de portada con datos de la Unidad de Aprendizaje, alumno, profesor y fecha.
- El desarrollo del tema se acompañará siempre de una conclusión que rescate los principales aprendizajes. Todas las conclusiones se sustentarán en datos.
- Todas las referencias se citarán adecuadamente conforme al criterio APA.
- Queda estrictamente prohibido el plagio.

Las presentaciones orales se evaluarán conforme a los siguientes rubros: Contenido suficiente, comprensión del contenido, dicción, volumen, apoyo visual y tiempo utilizado. Cuando se pida una presentación oral se entregará a los estudiantes una lista de elementos básicos que debe incluir.

**Evidencias o Productos**

Evidencia o producto	Competencias y saberes involucrados	Contenidos temáticos	Ponderación
<p>Solución de problemas proporcionados por el profesor, incluyendo reporte escrito con interpretación de los resultados numéricos.</p> <p>Programas correspondientes a cada ejercicio que requiera programación en Python (o equivalente): presentará los programas funcionando correctamente y explicará de manera oral el funcionamiento de cada uno de ellos.</p>	<p>Comprende el sistema binario, estándar IEEE para aritmética de punto flotante, error de truncamiento, formas de medir el error.</p> <p>Aplica las propiedades de normas de vectores y matrices en la solución problemas tanto teóricos como prácticos.</p> <p>Utiliza notación “big O” y establece la razón de convergencia para funciones y sucesiones.</p> <p>Formula ejemplos concretos donde se pueda apreciar el condicionamiento y la estabilidad al resolver un problema en una computadora, dándole énfasis a problemas relacionados con el álgebra lineal.</p> <p>Presenta sus productos en tiempo y forma, de tal manera que demuestra interés y cuidado en su trabajo.</p> <p>Escucha la opinión de sus compañeros y expresa la suya con apertura.</p> <p>Muestra seguridad al hablar y transmitir mensajes.</p>	<p>Aritmética de punto flotante y tipos de error</p> <p>Normas de matrices y propiedades elementales</p> <p>Condicionamiento</p> <p>Convergencia y estabilidad</p> <p>Matrices, normas de vectores, normas de matrices, y sus relaciones.</p> <p>Problema matemático y algoritmo. Perturbaciones en los datos y su efecto en las respuestas. Condicionamiento de un problema.</p>	<p><b>7%</b></p>



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

<p>Programas de cada método en Python (o equivalente): presentará los programas funcionando correctamente y explicará de manera oral el funcionamiento de cada uno de ellos.</p> <p>Solución de problemas proporcionados por el profesor, incluyendo reporte escrito con interpretación de los resultados numéricos.</p>	<p>Comprende los métodos de Eliminación Gaussiana, Eliminación de Gauss Jordan y Eliminación de Gauss con pivoteo parical.</p> <p>Realiza el conteo de operaciones de Eliminación Gaussiana.</p> <p>Obtiene la factorización LU mediante eliminación Gaussiana y mediante el algoritmo de Dolittle</p> <p>Comprende el concepto de matriz definida positiva y obtiene la factorización de Cholesky de una matriz simétrica y definida positiva.</p> <p>Obtiene la factorización QR mediante el proceso de Gram-Schmidt y lo aplica para resolver problemas de mínimos cuadrados lineales.</p> <p>Comprende el análisis de estabilidad del algoritmo de eliminación Gaussiana.</p> <p>Presenta sus productos en tiempo y forma, de tal manera que demuestra interés y cuidado en su trabajo.</p> <p>Escucha la opinión de sus compañeros y expresa la suya con apertura.</p> <p>Muestra seguridad al hablar y transmitir mensajes.</p>	<p>Eliminación Gaussiana, Eliminación de Gauss-Jordan</p> <p>Conteo de operaciones</p> <p>Técnicas de pivoteo</p> <p>Factorización LU, Factorización de Cholesky</p> <p>Factorización QR y el proceso de Gram-Schmidt</p> <p>Mínimos cuadrados</p> <p>Tipos especiales de matrices</p>	<p>7%</p>
<p>Programas de cada método en Python (o equivalente): presentará los programas funcionando adecuadamente y explicará de manera oral el funcionamiento de cada uno de ellos.</p> <p>Solución de problemas proporcionados por el profesor, incluyendo reporte escrito con interpretación de los resultados numéricos.</p>	<p>Realiza iteraciones de los métodos de Jacobi, Gauss-Seidel, SOR y gradiente conjugado.</p> <p>Establece condiciones necesarias y suficientes para la convergencia de los métodos iterativos estacionarios.</p> <p>Presenta sus productos en tiempo y forma, de tal manera que demuestra interés y cuidado en su trabajo.</p> <p>Escucha la opinión de sus compañeros y expresa la suya con apertura.</p> <p>Muestra seguridad al hablar y transmitir mensajes.</p>	<p>Método de Jacobi, método de Gauss-Seidel</p> <p>Método de sobre-relajación sucesiva (SOR)</p> <p>Análisis de convergencia de los métodos iterativos</p> <p>Método del gradiente conjugado</p>	<p>7%</p>



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

<p>Programas de cada método en Python (o equivalente): presentará los programas funcionando adecuadamente y explicará de manera oral el funcionamiento de cada uno de ellos. Solución de problemas proporcionados por el profesor, incluyendo reporte escrito con interpretación de los resultados numéricos.</p>	<p>Calcula valores y vectores propios de matrices.</p> <p>Usa las transformaciones de Householder para la reducción de una matriz simétrica a una matriz tridiagonal.</p> <p>Aplica las transformaciones de Householder para obtener la factorización QR de una matriz.</p> <p>Usa las rotaciones de Givens para obtener la factorización QR de una matriz tridiagonal.</p> <p>Realiza iteraciones del algoritmo QR para el cálculo de eigenvalores.</p> <p>Usa las iteraciones de Arnoldi e iteraciones de Lanczos para la reducción de una matriz a su forma de Hessenberg.</p> <p>Realiza la descomposición de valores singulares de una matriz. Comprende la relación entre la descomposición de valores singulares y el número de condición de una matriz.</p> <p>Aplica la descomposición de valores singulares en la solución de problemas de mínimos cuadrados.</p>	<p>Valores y vectores propios Diagonalización de matrices Método de la potencia Método de Householder Algoritmo QR para el cálculo de eigenvalores Iteración de Arnoldi e iteración de Lanczos Descomposición de valores singulares</p>	<p style="text-align: center;"><b>7%</b></p>
<p>Exámenes parciales</p>	<p>Identifica y organiza la información que se requiere para resolver un problema.</p> <p>Discrimina y analiza información relevante.</p>	<p>Conceptos y métodos numéricos de la UA: Condicionamiento de un problema matemático estabilidad de un algoritmo para evaluar un problema. Métodos directos para la solución de sistemas de ecuaciones lineales. Métodos iterativos para la solución de sistemas de ecuaciones lineales. Métodos iterativos para la aproximación de valores y vectores propios.</p>	<p style="text-align: center;"><b>60%</b></p>
<b>Producto final</b>			
<b>Descripción</b>		<b>Evaluación</b>	
<p><b>Título:</b> Proyecto de aplicación en algún área de la ciencias exactas y/o ingenierías.</p>		<p><b>Criterios de fondo:</b> Uso correcto del lenguaje matemático.</p>	<b>Ponderación</b>
<p><b>Objetivo:</b> Implementar las capacidades analíticas y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso que fue capaz de alcanzar durante el curso, para el desarrollo</p>			<b>12%</b>
		<p><b>Criterios de forma:</b> Distingue fuentes de</p>	





# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

e interpretación de una aplicación en específico de su área de interés, con el fin de utilizar sus algoritmos matemáticos para dar una interpretación lógica a su resultado.		información bibliográfica y/o electrónica confiable. Elabora reportes de investigación respetando las normas gramaticales. Redacta sin errores ortográficos. Traduce artículos o lectura de libros en inglés.	
<b>Caracterización:</b> Obtener un producto donde el alumno sea capaz de sentar las bases del conocimiento de la UA y otras áreas relacionadas, identificando los conocimientos previos que requiere para la implementación y desarrollo del proyecto, para lograr interpretar de una manera más acertada sus resultados. El proyecto será elaborado de una manera colaborativa, respetando, valorando y escuchando las opiniones de los integrantes del proyecto para entregar un producto de calidad y a tiempo. La finalidad del proyecto es que el alumno empiece hacer investigación y que vea que puede utilizar todas sus herramientas para obtener un producto de calidad. También se busca con dicho trabajo que exista una comunicación afectiva y de calidad con sus pares y que desarrolle los valores de tolerancia, armonía, respeto, entre otros.			
<b>Otros criterios</b>			
<b>Criterio</b>	<b>Descripción</b>	<b>Ponderación</b>	



## 6. REFERENCIAS Y APOYOS

### Referencias bibliográficas

#### Referencias básicas

Autor (Apellido, Nombre)	Año	Título	Editorial	Enlace o biblioteca virtual donde esté disponible (en su caso)
J. Demmel	1997	Applied Numerical Linear Algebra	SIAM	
R.L. Burden, D. J. Faires y A. M. Burden	2017	Análisis Numérico	CENCAGE Learning	
L.N. Trefethen, D. Bau	1997	Numerical Linear Algebra	SIAM	
G.Dahlquist , Å. Björck	2008	Numerical Methods in Scientific Computing	SIAM	
G.H. Golub, C.F. Van Loan	2012	Matrix computations	JHU Press	
D.S. Watkins	2010	Fundamentals of Matrix Computations	John Wiley and sons	
Guido van Rossum	2017	Lenguaje de programación: Python		<a href="https://www.python.org/">https://www.python.org/</a>

#### Referencias complementarias

J.A. Gutiérrez Robles, M.A. Olmos Gómez, J.M. Casillas González	2010	Análisis Numérico	McGraw-Hill, México	
A. Nieves Hurtado, F. C. Domínguez Sánchez.	2013	Métodos Numéricos aplicados a la Ingeniería	Grupo Editorial Patria	

### Apoys (videos, presentaciones, bibliografía recomendada para el estudiante)

#### Unidades temáticas 1-4

Cursos de métodos numéricos numéricos impartido por Steven Johnson, disponible en MITOPENOURSEWARE

<https://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-335j-introduction-to-numerical-methods-fall-2010/>

Cursos de métodos análisis numérico impartido por Laurent Demanet, disponible en MITOPENOURSEWARE

<https://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-330-introduction-to-numerical-analysis-spring-2012/>

**Proyecto Integrador:** Recursos disponibles en

<http://moodle2.cucei.udg.mx/>