

# Universidad de Guadalajara

Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías División de Ciencias Básicas Departamento de Matemáticas

#### 1. INFORMACIÓN DEL CURSO:

Nombre: CÁLCULO AVANZ	'ADO	Número de créditos: 9 (nueve)	Clave en SII.	AU: (MT113)
Licenciatura(s) donde se ir	mparte:	Horas teoría:	Horas práctica:	Total de horas por semestre:
Mecánica Eléctrica, Civil		2	3	65
Tipo:	Prerrequisitos:		Nivel:	
Curso-Taller	Cálculo I	Diferencial e integral (MT110)		Tercer semestre

# 2. DESCRIPCIÓN

### **Objetivo General:**

El alumno será capaz de aplicar los teoremas y definiciones fundamentales al derivar e integrar funciones de varias variables y campos vectoriales y aplicar estos conocimientos en aplicaciones de las ciencias exactas e ingeniería.

#### 2. CONTENIDO TEMÁTICO

# Unidad 1: FUNCIONES REALES DE VARIAS VARIABLES (4 hrs).

### Objetivos específicos:

#### El alumno:

- 1.1 Dibujará los trazos que configuran las superficies planas, cuadráticas y cilíndricas.
- 1.2 Representará la gráfica de una función de dos variables.
- 1.3 Determinará el dominio de funciones de dos y tres variables, la representará de forma gráfica y simbólica.
- 1.4 Dibujará las curvas y superficies de nivel de una función de dos y tres variables respectivamente.
- 1.5 Utilizará las tic's para representar funciones de dos variables.

Contenido temático a nivel subtema	Duración	Actividades del	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
	horas	Profesor		
0.0 Gráficas en el plano xy		✓ Da un repaso de gráficas de la recta,	✓ Construye los trazos que configuran la	✓ Analizará la superficie de
0.1 Gráficas en el espacio	(5 hrs.)	parábola, circunferencia, elipse, hipérbola y	gráfica completa de la superficie.	una función de dos
1.1 Funciones reales de varias		sus desplazamientos.	√ Sugiere desplazamiento de la superficie.	variables y la representa
variables	(2 hrs.)	✓ Expone la notación de una función de dos y	✓ Distingue, simplifica y dibuja la superficie	gráficamente.
1.2 Descripción geométrica de		tres variables.	dada la función de dos variables.	✓ Determinará el dominio de
funciones de varias variables	(3 hrs.)	✓ Expone cómo realizar los trazos para dibujar	✓ Resuelve 10 ejercicios de tarea.	una función de dos y tres
1.3 Dominio	(1 hrs.)	planos, superficies cuadráticas y cilíndricas.	√ Utiliza sus Tic´s para visualizar trazos en	variables.
1.4 Curvas y Superficies de nivel	(2 hrs.)	√ Introduce a los alumnos a la utilización de	planos paralelos y gráficas en 3D.	✓ Dibujará las curvas y

las apps de los móviles.	✓ Obtiene y comparte apps de gráficas en	superficies de nivel de nivel.
	2D y 3D de su móvil.	
	✓ Investiga problemas de aplicación que	
	involucren curvas y superficies de nivel.	

#### Unidad 2: LIMITES, DIFERENCIACIÓN, DERIVADAS DE ORDEN SUPERIOR (13 hrs.)

# Objetivos específicos:

#### El alumno

- 2.1 Investigará y reconocerá el concepto de límite y continuidad de una función de dos variables.
- 2.2 Interpretará geométricamente el concepto de derivada parcial de funciones de dos variables.
- 2.3 Calculará derivadas de orden superior.
- 2.4 Utilizará la diferencial total en problemas de aplicación.
- 2.5 Utilizará la regla de la cadena para funciones de varias variables.
- 2.6 Calculará derivadas parciales de funciones implícitas.
- 2.7 Utilizará el gradiente el gradiente de una función de n variables en aplicaciones.
- 2.8 Utilizará la derivada direccional de funciones de dos y tres variables en aplicaciones.
- 2.9 Determinará ecuaciones de planos tangentes y rectas normales a superficies.

Contenido temático a nivel subtema	Duración	Actividades del	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
	horas	Profesor		
2.1 Límites y continuidad	(1 hr.)	✓ Retroalimenta el concepto de límite y	✓ Investiga el concepto de límite y	
2.2 Derivadas parciales.	(2 hrs.)	continuidad de una función de dos	continuidad de una función de dos	
2.3 Derivadas de orden superior	(1 hr.)	variables.	variables.	
2.4 Diferencial total.		✓ Expone el concepto geométrico de las	✓ Reporta por escrito los conceptos	
2.5 Funciones compuestas, regla de	(2 hrs.)	derivadas parciales de funciones de dos	de límite y continuidad.	
la cadena	(2 hrs.)	variables.	✓ Resuelve al menos 10 ejercicios de	
2.6 Derivada Implícita	(1 hr.)	✓ Muestra los diferentes tipos de notación de	tarea de cada subtema.	
2.7 El vector gradiente y sus	(2 hrs.)	las derivadas parciales de orden superior.		
propiedades		✓ Resuelve ejercicios de las derivadas		
2.8 Derivada direccional	(1 hr.)	parciales.		
2.9 El plano tangente y rectas		✓ Describe el concepto geométrico de		
normales	(1 hrs.)	incremento y diferencial de funciones de		
2.10 Series de Taylor	(0 hrs.)	dos variables.		
		✓ Resuelve ejemplos de diferencial total para		
		funciones de n variables.		
		✓ Describe el concepto de derivada implícita y		
		resuelve ejercicios.		
		✓ Expone el concepto de gradiente y sus		
		propiedades y resuelve ejemplos.		
		✓ Describe el concepto geométrico de		
		derivada direccional y resuelve ejemplos.		
		✓ Expone el concepto geométrico del plano		
		tangente y rectas normales y resuelve		
		ejercicios.		

#### Unidad 3: MÁXIMOS Y MÍNIMOS, MULTIPLICADORES DE LAGRANGE (6 hrs.)

#### **Objetivos específicos:**

#### El Alumno:

- 3.1 Calculará los extremos absolutos y relativos de una función de dos variables y utilizará el criterio de las segundas derivadas.
- 3.2 Resolverá problemas de optimización con funciones de dos variables.
- 3.3 Aplicará el Método Multiplicadores de Lagrange para resolver problemas de optimización con restricciones.

Contenido temático a nivel subtema	Duración	Actividades del	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
	horas	Profesor		
3.1 Máximos y mínimos locales. Caracterización de extremos locales por medio de las derivadas parciales 3.2 Extremos de funciones sujetas a restricciones. 3.3 Multiplicadores de Lagrange	(3 hrs.) (1 hr.) (2 hrs.)	<ul> <li>✓ Expone los conceptos de extremos (MAX-MIN) absolutos y relativos para funciones de dos variables así como el de punto crítico y la relación entre ambos.</li> <li>✓ Expone el criterio de las segundas derivadas parciales como método para encontrar extremos en funciones de dos variables. y resuelve ejercicios.</li> <li>✓ Resuelve ejercicios de máximos y minimos locales.</li> <li>✓ Expone el Método Multiplicadores de Lagrange y los conceptos de función objetivo y función restricción o ligadura. Resuelve ejercicios.</li> <li>✓ Expone el concepto de funciones sujetas a restricciones en funciones de dos variables.</li> <li>✓ Expone ejemplos de multiplicadores de Lagrange para encontrar extremos de funciones sujetas a una restricción.</li> </ul>	<ul> <li>✓ Utiliza sus Tic´s para visualizar extremos locales.</li> <li>✓ Resuelve 12 ejercicios de tarea.</li> <li>✓ Investiga problemas de aplicación que involucren extremos locales.</li> <li>✓ Investiga problemas de aplicación que involucren maximizar o minimizar con restricciones.</li> </ul>	<ul> <li>✓ Reconocerá el concepto extremos locales de funciones de dos variables.</li> <li>✓ Identificará el proceso para encontrar extremos locales.</li> <li>✓ Reconocerá el concepto de funciones sujetas a restricciones en funciones de dos variables.</li> <li>✓ Identificará el proceso de multiplicadores de Lagrange para encontrar extremos de funciones sujetas a una restricción.</li> </ul>

# Unidad 4: INTEGRALES MULTIPLES (26 hrs.)

#### Objetivos específicos:

#### El Alumno:

- ✓ Utilizará el teorema fundamental del cálculo como herramienta para evaluar integrales iteradas, formulará y resolverá integrales definidas herramienta que le servirá para calcular problemas de aplicación de áreas de regiones definidas .
- ✓ Aplicará los conceptos de Integración verticalmente y horizontalmente simple (Teorema de Fubini) para hallar el área de una región plana y aplicará el cambio de orden de integración.
- √ Utilizará los conceptos de integral doble y de volumen en problemas de aplicación.
- √ Aplicará el cambio de sistema coordenado de forma rectangular [f(x,y)] a forma polar [f(r,θ)] útil en problemas de aplicación a la ingeniería.
- √ Utilizará una integral triple para calcular el volumen de una región sólida en coordenadas rectangulares.
- ✓ Calculará el centro de masa y los momentos de inercia de una región sólida
- ✓ Expresará y evaluará una integral triple en coordenadas cilíndricas  $f(r,\theta,z)$
- ✓ Expresará y evaluará una integral triple en coordenadas esféricas  $f(\rho, \theta, \emptyset)$ .
- ✓ Formulará y resolverá integrales definidas.
- 4.2 Aplicará los conceptos de Integración verticalmente y horizontalmente simple (Teorema de Fubini) para hallar el área de una región plana y aplicará el cambio de orden de

integración.						
Contenido temático a nivel subtema	Duración horas	Actividades del Profesor	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar		
4.1 Integrales iteradas 4.2 Integrales sobre regiones planas: Cálculo de área y cambio de orden de integración 4.3 Integrales dobles: Cálculo de volumen, centro de masa y momento de inercia. 4.4 Integrales dobles en coordenadas polares 4.5 Integrales triples en coordenadas rectangulares 4.6 Cálculo de volumen, centro de masa y momento de inercia. 4.7 Integrales triples en coordenadas cilíndricas 4.8 Integrales triples en coordenadas esféricas	(1 hrs.) (3 hrs.) (5 hrs.) (1 hrs.) (1 hrs.) (1 hrs.) (3 hrs.)	Expone los elementos que conforman una integral iterada y cómo definirla (evaluarla) para obtener el área bajo la curva de la función.  Realiza ejercicios de ejemplo en el aula, y deja tarea 10 ejercicios al menos de este subtema y de los siguientes.  Expone los conceptos de Integración Verticalmente Simple (IVS) e Integración Horizontalmente Simple (IHS) (Teorema de Fubini) y el de cambio de orden de integración.  Explica el cambio de sistema coordenado de rectangular a polar.  Presenta como convertir una función en coordenadas rectangulares a coordenadas polares.  Ilustra cómo construir gráficas en coordenadas polares.  Expone cómo aproximar el volumen de una región sólida por la suma de Riemann de los volumenes de n prismas.  Realiza ejercicios de aplicación para encontrar volúmenes de regiones sólidas (en cada subtema).  Explica el procedimiento para definir una integral triple, análogo al utilizado para integrales dobles	iteradas, las evalúa para obtener el área de una región dada.  ✓ Identifica el orden de integración al Calcular integrales dobles.  ✓ Esboza la Gráfica en el plano xy de la región de integración, apoyándose en las TIC  ✓ Determina el orden de integración más conveniente para calcular el área entre dos curvas.  ✓ Cambia o define el orden de integración y calcula con el que resulte más sencillo.  ✓ Calcula el volumen de una región sólida con integrales dobles, esbozando primero la gráfica de la superficie y la región del plano xy sobre la cual se integrará.  ✓ Reconoce las gráficas en coordenadas polares.  ✓ Calcula el área de una región plana que está descrita como ecuación polar.  ✓ Calcula el área de una región plana que está descrita como ecuación rectangular y debe convertirla a ecuación polares.  ✓ Cambia las integrales de sistema de coordenadas rectangulares a coordenadas polares.	Utilizar el cálculo de integrales definidas para calcular áreas de regiones definidas en las aplicaciones de Ingeniería.  Utilizar el cálculo de integrales triples en el cálculo de volúmenes, centros de masa, momento de inercia en las aplicaciones de la Ingeniería.  Seleccionar el sistema de coordenadas más idóneo en el cálculo de integrales iteradas para resolver problemas de aplicación de la Ingeniería.		

en coordenadas rectangulares a

en coordenadas rectangulares a

coordenadas cilíndricas y viceversa.

✓ Explica cómo convertir una función

coordenadas Esféricas y viceversa.

calcular integrales triples.

coordenadas rectangulares.

✓ Elige el plano en el que proyectará el

sólido para determinar el orden de

integración más conveniente al

plantear la integral triple en

✓ Plantea integrales en coordenadas	
cilíndricas y las calcula.	
✓ Cambia integral de sistema de	
coordenadas rectangulares a	
coordenadas cilíndricas.	
✓ Plantea integrales triples en	
coordenadas esféricas y las calcula:	
a) cuando las ecuaciones estén en	
coordenadas esféricas.	
b) cuando las ecuaciones estén en	
sistema de coordenadas	
rectangulares y debe pasarlas a	
coordenadas esféricas.	
✓ Cambia integral de sistema de	
_	
coordenadas cilíndricas a	
coordenadas esféricas.	

### Unidad 5: CURVAS EN EL ESPACIO Y FUNCIONES VECTORIALES (2 hrs.)

# Objetivos específicos:

### El Alumno:

- 5.1 Definirá funciones vectoriales en el plano y en el espacio.
- 5.2 Representará funciones vectoriales en el plano y en el espacio para estudiar el movimiento de un objeto.
- 5.3 Analizará la continuidad y evaluará el límite de funciones vectoriales
- 5.4 Aplicará las propiedades de la derivada en funciones vectoriales

Contenido temático a nivel subtema	Duración	Actividades del	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
	horas	Profesor		
5.1 Definición de funciones	(0.5 hr.)	√ Introduce el concepto de función vectorial	✓ Determina el dominio de funciones	
vectoriales	(1 hr.)	√ analizará y bosquejará curvas en el plano y	vectoriales	
5.2 Gráficas de funciones vectoriales		en el espacio	✓ Analiza la continuidad y evalúa el	
5.3 Límites y continuidad de	(0.5 hr.)	✓ Extiende el concepto de límite y	límite de funciones vectoriales	
funciones vectoriales		continuidad de funciones vectoriales	√ Representa curvas planas y en el	
5.4 Derivadas e integrales de	(0.5 hr.)	√ Presenta cómo derivar e integrar funciones	espacio de funciones vectoriales	
funciones vectoriales		vectoriales	√ Utiliza las tic´s para representar	
			gráficamente funciones vectoriales	

# Unidad 6: CAMPOS VECTORIALES (4 hrs.)

# Objetivos específicos:

# El Alumno:

- 6.1 Trazará los vectores de un campo vectorial.
- 6.2 Aplicará teoremas que definen si un campo vectorial es conservativo.
- 6.3 Aplicará la definición de divergencia y rotacional en campos vectoriales.

Contenido temático a nivel subtema	Duración	Actividades del	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
	horas	Profesor		

6.1 Campos vectoriales 6.2 Campos conservativos y Función potencial 6.3 Rotacional y divergencia	(1 hr.) (1 hr.) (2 hr.)	<ul> <li>✓ Ilustra cómo dibujar un campo vectorial</li> <li>✓ Muestra teoremas para determinar si un campo vectorial es conservativo y lo asocia al gradiente.</li> <li>✓ Define y muestra cómo calcular una función potencial de un campo vectorial.</li> <li>✓ Expone el concepto de rotacional y divergencia,</li> <li>✓ Muestra ejemplos de cálculo del rotacional y divergencia.</li> </ul>	<ul> <li>✓ Asocia campos vectoriales con sus gráficas.</li> <li>✓ Dibuja vectores representativos de un campo vectorial.</li> <li>✓ Determina si un campo vectorial es conservativo y calcula una función potencial para él.</li> <li>✓ Calcula el rotacional de un campo vectorial.</li> <li>✓ Diferencia un campo conservativo del que no lo es.</li> <li>✓ Utiliza las tic's para representar el rotacional y divergencia de un campo vectorial.</li> </ul>	

# Unidad 7: VECTOR TANGENTE Y NORMAL, LONGITUD DE ARCO (2 hrs.)

# Objetivos específicos:

- 7.1 Aplicará el concepto de vector tangente unitario.
- 7.2 Aplicará de los conceptos vector tangente normal.
- 7.3 Calculará la longitud de curvas en el espacio.

Contenido temático a nivel subtema	Duración	Actividades del	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
	horas	Profesor		
<ul><li>7.1 Vector tangente unitario</li><li>7.2 Vector normal</li><li>7.3 Longitud de arco</li></ul>	(0.5 hr.) (0.5 hr.) (1 hr.)	<ul> <li>✓ Expone los conceptos de vectores tangente unitario y normal.</li> <li>✓ Ilustra como calcular la longitud de arco de curvas en el espacio.</li> </ul>	<ul> <li>✓ Reconoce los conceptos de vector tangente unitario y normal.</li> <li>✓ Investiga la relación de los conceptos vector tangente unitario y normal con alguna aplicación.</li> <li>✓ Resuelve ejercicios para dibujar la curva en el espacio y hallar su longitud</li> </ul>	

# Unidad 8: INTEGRALES DE LINEA (8 hrs.)

# **Objetivos específicos:**

- 8.1 Analizará la parametrización de curvas suaves.
- 8.2 Determinará y calculará la integral de línea a lo largo de una trayectoria dada en campos escalares.
- 8.3 Determinará y calculará la integral de línea a lo largo de una trayectoria dada en campos vectoriales.
- 8.4 Determinará el trabajo realizado por una fuerza.

		Ŀ
C	۰,	-
O		C
C		L

Contenido temático a nivel subtema	Duración	Actividades del	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
	horas	Profesor		

8.1 Curva suave y ecuaciones		✓ Explica el concepto de curva suave y	Calcula la parametrización de curvas	
paramétricas	(2 hrs.)	ecuaciones paramétricas.	suaves.	
8.2 Integrales de línea de campos	(21113.)	✓ Ilustra la forma en que se parametriza	Evalúa integrales de línea a lo largo de	
escalares	(2 hrs.)	curvas planas y en el espacio.	una trayectoria dada en campos	
8.3 Integrales de línea de campos	(0.5 hr.)	✓ Expresa y evalúa ejemplos de integrales de	escalares y vectoriales.	
vectoriales	(0.5 hr.)	línea de campos escalar y vectorial.	Calcula el trabajo realizado por una	
8.4 Trabajo	(0.5 111.)	✓ Aplica la integral de línea para encontrar el	fuerza.	
8.5 Problemas de aplicación	(1 hr.)	trabajo realizado por una fuerza.	Tuciza.	
8.6 Integrales de línea en forma	(1111.)	trabajo realizado por una ruerza.		
diferencial	(0.5 hr.)			
8.7 Integrales de línea	(0.5 111.)	Fco, Glez Piña		
independiente del camino	(0.5 hr.)	redy diez i ma		
8.8 Teorema fundamental de las	(0.5 111.)			
integrales de línea	(1 hr.)			
8.9 Problemas de aplicación	(=)			
Unidad 9: TEOREMA DE GREEN (2 hrs.)	NOTA: Tem	nas del cap. 9 al 13 ya no logramos cubrirlos		
Objetivos específicos:	annes.	, , , , , , , , , , , , , , , , , , , ,		
9.1				
Contenido temático a nivel subtema	Duración	Actividades del	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar

Ī	Unidad 10: INTEGRALES DE SUPERFICIE (2 ha	- 1
	IININAN III. INI EGRALEZ DE ZUPEREKUEL DE LA DI	CI

Profesor

horas

(2 hrs.)

Objetivos específicos:

9.1 Teorema de Green y sus

aplicaciones

ŀ	Contenido temático a nivel subtema	Duración	Actividades del	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
		horas	Profesor		
	10.1 Integrales de Superficie	(2 hrs.)			

# 11. INTEGRALES DE FLUJO (2 hrs.)

Objetivos específicos:

11.1

L	11.1				
I	Contenido temático a nivel subtema	Duración	Actividades del	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
		horas	Profesor		
	11.1 Integrales de flujo	(2 hrs.)			

# Unidad 12: TEOREMA DE LA DIVERGENCIA (2 hrs.)

Objetivos específicos:

12.1

12.2

Contenido temático a nivel subtema	Duración	Actividades del	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
	horas	Profesor		
12.1 Verificación del Teorema	(1 hr.)			
12.2 Teorema de la divergencia	(1 hr.)			

Unidad 13: TEOREMA DE STOKES (2 hrs.)				
Objetivos específicos:	Objetivos específicos:			
13.1				
Contenido temático a nivel subtema	Duración	Actividades del	Actividades del alumno	Competencias a desarrollar
	horas	Profesor		
13.1 Teorema de Stokes y sus	(2 hrs.)			
aplicaciones				

4. BIBLIOGRAFÍA.			
Básica			
Título	Autor(es)	Editorial, fecha	Año de la edición más reciente
Cálculo II: Volumen 2	Larson, Hostetler, Edwards	Cencage Learning	10ma. Edición, 2016
Calculo II	Stewart	Cencage Learning	7ma. Edición, 2013
Cálculo, varias variables	Thomas	Pearson	13va. Edición, 2015
Complementaria			
_			

# 5.MODALIDADES DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE

- Exposición didáctica por parte del docente.
- Participación activa de los estudiantes en la resolución de problemas, ejercicios, temas e investigaciones en el salón de clase.
- Investigación de temas y resolución por parte de los estudiantes de ejercicios, problemas, demostraciones, de manera individual o colectiva fuera del aula.
- Aplicación de exámenes sin previo aviso, con carácter de examen diagnostico.
- Utilización de Tic´s: Maxima, GeoGebra, Matlab, Winplot, Scientific Word, Wolfram, Graphmatica, Graphic Calculus.
- Lectura de bibliografía en inglés.
- Consulta de videos tutoriales en youtube.

6. Modalidad de evaluación				
Instrumento	Criterios de calidad	Ponderación		
Trabajo personal (tarea	, Autenticidad en su desarrollo, uso correcto del lenguaje matemático y enmienda de			
lecturas,	errores.			

Exámenes de control	Autenticidad en las respuestas, rigor en la teoría y uso correcto del lenguaje matemático.	
Participación en clase	Participación activa e interés de las intervenciones.	
Actividades		
complementarias		
Otras		
Examen final	Autenticidad en las respuestas, rigor en la teoría y uso correcto del lenguaje matemático	

Autores de la modificación y actualización del programa de la Asignatura
Academia:
Nombre de los docentes (con firma al calce):
Fecha de la modificación y actualización: Julio 2016