



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

1. DATOS GENERALES			
Nombre de la Unidad de Aprendizaje (UA) o Asignatura			Clave de la UA
Variable Compleja			I6014
Modalidad de la UA	Tipo de UA	Área de formación	Valor en créditos
Escolarizada	Curso	Básica particular	7
UA de pre-requisito		UA simultáneo	UA posteriores
Ninguno		Ninguno	Ninguno
Horas totales de teoría		Horas totales de práctica	
34		34	
Licenciatura(s) en que se imparte		Módulo al que pertenece	
Licenciatura en Física		Disciplinas y metodologías fundamentales de la física	
Departamento		Academia a la que pertenece	
Matemáticas		Análisis Matemático	
Elaboró		Fecha de elaboración o revisión	
Ricardo Águila Gómez		Noviembre de 2017	
2. DESCRIPCIÓN			
Presentación (propósito y finalidad de la UA o Asignatura)			
<p>El curso de Variable Compleja debe cursarse después de haber acreditado Calculo Avanzado para Física, ya que se requieren las bases conceptuales del cálculo en una, varias variables y vectorial para asegurar el entendimiento de los conceptos generales de la variable compleja, por parte de los alumnos. Al final del curso, el estudiante podrá identificar los conceptos básicos de una variable compleja y su aplicación en el área de la física. Asimismo, el estudiante será capaz de aplicar métodos geométricos y topológicos de espacios de baja dimensión, en la física.</p>			
Relación con el perfil			
Modular		De egreso	
<p>Este curso, como parte del módulo de Disciplinas y metodologías fundamentales de la física, está diseñado para que los alumnos desarrollen la habilidad de establecer estrategias de solución de problemas de variable compleja y de otras ramas de las matemáticas y la física.</p> <p>Al terminar el curso, el estudiante comprenderá las diferencias de los métodos del cálculo de variable real y variable compleja, y utilizará métodos de variable compleja para solucionar algunos problemas de la física.</p>		<p>Esta materia contribuye al fortalecimiento de la competencia genérica "Usar las herramientas matemáticas y los conocimientos de física en tópicos contemporáneos propios al desarrollo de la misma y proseguir con estudios de posgrado en ciencias físicas" del perfil de egreso.</p>	



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

Competencias a desarrollar en la UA o Asignatura		
Transversales	Genéricas	Profesionales
<p>Plantear problemas de la física en términos del conocimiento científico disponible para su solución.</p> <p>Analiza los problemas generales mediante un pensamiento analítico matemático aportando con ello soluciones lógicas a cualquier problema presentado.</p>	<p>Comprende las teorías y metodologías matemáticas de la física fundamental.</p> <p>Conoce los métodos matemáticos para hacer modelos realistas de sistemas físicos.</p> <p>Conoce los métodos matemáticos necesarios para modelar los fenómenos físicos.</p>	<p>Simula matemáticamente una situación o fenómeno mediante la abstracción de las relaciones de dependencia entre dos variables, en Variable compleja.</p> <p>Comprende los fenómenos en la naturaleza, analizándolos y modelándolos mediante los métodos propios de la física y matemática.</p> <p>Posee un pensamiento lógico matemático característico que le permite aplicar los conocimientos y metodologías de la física en ámbitos diferentes a la misma.</p>
Tipos de saberes a trabajar		
Saber (conocimientos)	Saber hacer (habilidades)	Saber ser (actitudes y valores)
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Plano complejo</li> <li>2. Funciones elementales de variable compleja</li> <li>3. Conceptos de límites y funciones continuas</li> <li>4. Funciones analíticas</li> <li>5. Integrales de contorno y teoremas de Cauchy</li> <li>6. Series de funciones analíticas</li> <li>7. Residuos y sus aplicaciones para cálculo de integrales de variable real</li> <li>8. Mapeos conformes</li> </ol>	<p>Identificar el plano complejo extendido por un solo punto infinito como la esfera de Riemann.</p> <p>Analizar y describir las diferencias entre definiciones de las funciones elementales de variable real y de variable compleja.</p> <p>Analizar y describir las diferencias entre las funciones analíticas de una variable real y un conjunto de dos funciones de dos variables reales.</p> <p>Identificar los dominios de analiticidad de las funciones compuestas.</p> <p>Aplicar los conceptos de integral de contorno y la teoría de residuos para el cálculo de integrales definidas (propias e impropias) de una variable real y de una variable compleja.</p> <p>Analizar la representación de funciones analíticas con puntos singulares aislados a través de series de potencias.</p> <p>Analizar y describir los mapeos conformes y la aplicación de estos para la solución de problemas de la física.</p> <p>Aplicar los conceptos de la variable compleja para modelar fenómenos físicos.</p>	<p>Identificar y organizar la información que se requiere para resolver un problema</p> <p>Establecer metas en común para organizar el trabajo en equipo</p> <p>Presentar sus trabajos en tiempo y forma, de tal manera que demuestra interés y cuidado en su trabajo</p> <p>Está abierto a los comentarios del profesor y sus compañeros para identificar sus errores en las demostraciones y corregirlos de manera lógica</p> <p>Valora el empleo de herramientas computacionales en el modelado matemático de fenómenos físicos.</p> <p>Escucha la opinión de sus compañeros y expresa la suya con apertura.</p>
Producto Integrador Final de la UA o Asignatura		



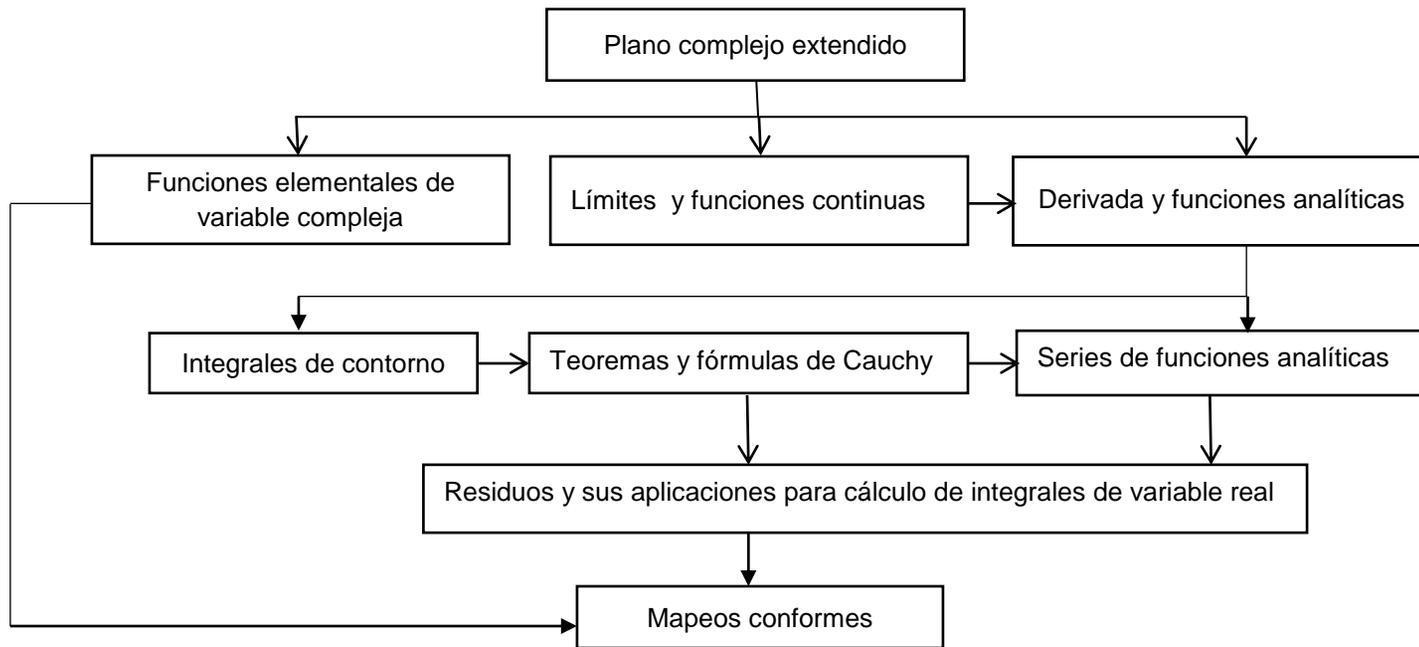
**Título del Producto:** Simulación matemática de un fenómeno físico.

**Objetivo:** Emplear las técnicas de variable compleja para abstraer las relaciones de dependencia entre variables.

**Descripción:** Elegir un fenómeno físico que haya sido estudiado por otros y que incluya:

- A) Datos referentes las variables.
- B) Función descrita con base en la relación entre sus variables, aplicando las herramientas de variable compleja aprendidas
- C) Descripción de características de la función de variable compleja.

**3. ORGANIZADOR GRÁFICO DE LOS CONTENIDOS DE LA UA o ASIGNATURA**



**4. SECUENCIA DEL CURSO POR UNIDADES TEMÁTICAS**



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

## Unidad temática 1: Plano complejo

**Objetivo de la unidad temática:** Identificar el plano complejo extendido con la esfera de Riemann por medio de la proyección estereográfica.

**Introducción:** En esta unidad se parte de los conceptos básicos sobre el campo de los números complejos, abordados en cursos anteriores, para compararlos con los conceptos básicos del campo de los números reales. Se pone el énfasis en las representaciones trigonométrica y exponencial de los números complejos para definir apropiadamente las funciones de variable compleja.

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Los números complejos, el plano complejo abierto, el plano complejo extendido</li> <li>2. Álgebra de números complejos</li> <li>3. Proyección estereográfica y topología de plano complejo</li> <li>4. Representación trigonométrica de los números complejos. Ramas de argumento de un número complejo.</li> <li>5. Forma exponencial de la representación de los números complejos. Potencias y raíces.</li> <li>6. Conjugación compleja</li> </ol>	<p>Describir el concepto de plano complejo abierto y plano complejo extendido.</p> <p>Analizar las diferencias, ventajas y desventajas de diferentes representaciones de números complejos.</p> <p>Definir potencias y raíces de números complejos, sobre la base de las representaciones exponencial y trigonométrica.</p> <p>Comprender la importancia de la conjugación compleja como nueva operación, la cual no existe en análisis real, y que define sobre el plano complejo una nueva estructura a saber estructura compleja.</p>	<p>Elaborar un informe, en formato electrónico, acerca de la proyección estereográfica.</p> <p>Elaborar un informe, en formato electrónico sobre las aplicaciones de los números complejos para resolver ecuaciones cuadráticas con coeficientes complejos y ecuaciones diferenciales. También explorar la forma de utilizar los números complejos en ingeniería eléctrica.</p>		
Actividades del docente	Actividades del estudiante	Evidencia de la actividad	Recursos y materiales	Tiempo (horas)
<p>Orientar a los estudiantes en el análisis del punto infinito en el plano complejo extendido, mediante la proyección estereográfica.</p> <p>Subrayar la aparición de un solo punto infinito como resultado de la cerradura del plano complejo abierto.</p> <p>Conducir una discusión dentro del aula acerca de las ventajas y desventajas de diferentes representaciones de números complejos.</p> <p>Demostrar las ventajas de las representaciones exponencial y trigonométrica para definir las potencias y raíces.</p> <p>Explicar a los alumnos la importancia de la operación de conjugación compleja.</p>	<p>Recordar las propiedades algebraicas de los números complejos y demostrar que el conjunto de números complejos forma un campo numérico. Producto: Tarea.</p> <p>Comprender con los conceptos de módulo y argumento de números complejos y demostrar sus propiedades principales. Producto: Tarea.</p> <p>Demostrar las propiedades importantes de la conjugación compleja y sus conexiones con las propiedades de módulo y argumento de números complejos. Producto: Tarea</p> <p>Comparar los conceptos del plano complejo extendido y la proyección estereográfica con sus</p>	<p>Tareas</p>	<p>Lista de ejercicios y problemas.</p> <p>Bibliografía electrónica o en papel para la investigación</p>	<p>9</p>



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

<p>Explicar que desde este concepto comienza el análisis como tal, de una variable compleja en lugar del análisis de dos variables reales.</p> <p>Solicitar la elaboración de un informe acerca de la proyección estereográfica que deberá entregarse de manera electrónica.</p> <p>Solicitar la elaboración de un informe acerca de la aplicación de los números complejos a fenómenos físicos que debe entregarse de manera electrónica</p>	<p>posibles análogos en análisis real uno dimensional.</p>			
---	--	--	--	--

## Unidad temática 2: Funciones elementales de variable compleja

**Objetivo de la unidad temática:** Analizar y describir las diferencias entre definiciones de las funciones elementales de variable real y de variable compleja.

**Introducción:** Para el estudio de la variable compleja, es de suma importancia establecer los criterios para definir los análogos complejos de las funciones elementales de variable real, de tal manera que sea posible afirmar que se trata de una misma función de variable real, prolongada al plano complejo. Uno de estos criterios se basa en definir las funciones correspondientes en variable compleja, de aquellas funciones elementales que se estudiaron en los cursos de cálculo de variable real, es decir, se definen las funciones de una variable compleja  $z$ , que se reducen a las funciones elementales de variable real cuando  $z = x + i0$ . Otro criterio consiste en la conservación de las propiedades determinantes de las funciones de variable real, en la variable compleja.

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Función exponencial</li> <li>2. Funciones trigonométricas e hiperbólicas complejas</li> <li>3. La función logaritmo y las funciones de potencia</li> <li>4. Ramas de las funciones multivaluadas</li> <li>5. Aplicaciones (mapeos) y transformaciones de planos complejos</li> </ol>	<p>Establecer los criterios para definir los análogos complejos de las funciones elementales de variable real.</p> <p>De acuerdo con estos criterios definir las funciones elementales de variable compleja e investigar sus propiedades principales.</p> <p>Utilizar la función logaritmo como ejemplo para realizar la construcción adecuada de las funciones multivaluadas.</p> <p>Describir diferentes acercamientos a la definición correcta de las funciones multivaluadas.</p> <p>Describir dos posibles interpretaciones de las funciones de variable compleja, a saber, como aplicaciones de un plano complejo a otro y como transformaciones de un solo plano complejo.</p>	<p>Reporte de manera electrónica sobre la representación compleja de un campo vectorial para resolver problemas aplicados en las áreas de flujo de fluidos, flujo de calor, gravitación y electrostática.</p>		
Actividades del docente	Actividades del estudiante	Evidencia de la actividad	Recursos y materiales	Tiempo (horas)



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

<p>Expone diferentes tipos de funciones para analizar sus características.</p> <p>Realiza una sesión interactiva de solución de problemas.</p> <p>Solicita el estudiante una investigación acerca de los diferentes acercamientos a la definición de las funciones multivaluadas. Orienta una discusión acerca de estas definiciones.</p> <p>Solicita al estudiante que determine las diferencias entre dos definiciones de las funciones de variable compleja.</p>	<p>Demuestra las propiedades principales de las funciones elementales de variable compleja</p> <p>Producto: Tareas.</p> <p>Investiga las aplicaciones y transformaciones del plano complejo que realizan diferentes funciones elementales de variable compleja.</p> <p>Producto: Tarea.</p>	<p>Tareas</p>	<p>Libro...</p>	<p>8</p>
---	---	---------------	-----------------	----------

### Unidad temática 3: Conceptos de límites y funciones continuas

**Objetivos de la unidad temática.** Presentar el concepto de límite, desde el cual comienza el análisis como tal, y con base en este concepto definir la continuidad de las funciones como una noción básica de la variable compleja.

**Introducción.** En esta unidad se comienza al definir los conceptos de límite y funciones continuas, según Cauchy, es decir en términos  $\epsilon - \delta$ , para después formular y demostrar las propiedades más importantes de ambos conceptos. Además se define el concepto de continuidad uniforme y se formulan tres teoremas acerca de las funciones continuas los cuales deberán ser demostrados por los estudiantes.

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática
<ol style="list-style-type: none"> <li>Límites de sucesiones y funciones</li> <li>Concepto de límite en el plano complejo extendido</li> <li>Continuidad de las funciones</li> <li>Continuidad uniforme (primera tarea teórica)</li> </ol>	<p>Describir los conceptos de límite y función continua. Subrayar las analogías de estos conceptos con respecto al cálculo de variable real y notar las diferencias.</p> <p>Describir el concepto de límite en el plano complejo extendido.</p> <p>Definir el concepto de la continuidad uniforme y acentuar la importancia de este último en el caso de variable compleja.</p>	<p>Entregar un reporte por escrito donde el estudiante demuestre los 3 teoremas sobre continuidad uniforme.</p>

Actividades del docente	Actividades del estudiante	Evidencia de la actividad	Recursos y materiales	Tiempo destinado
<p>Exponer los conceptos de límite y función continua.</p> <p>Explicar el concepto de límite en el plano complejo extendido y compararlo con el plano real.</p>	<p>Compara los conceptos de límite y continuidad de las funciones de variable compleja con los mismos en análisis real.</p> <p>Comprender el concepto de límite en el plano complejo extendido</p>	<p>Tareas</p>	<p>Libro, apuntes de clase, lista de ejercicios y demostraciones</p>	<p>4</p>



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

	<p>Producto: Tarea.</p> <p>Investiga y analiza las demostraciones para las propiedades importantes de la continuidad uniforme.</p> <p>Producto: Tarea teórica.</p>			
--	--	--	--	--

## Unidad temática 4: Funciones analíticas

**Objetivo de la unidad temática.** Introducir las funciones analíticas, que están jugando un papel central en la variable compleja.

**Introducción:** A partir del concepto de límite, se desarrolla la teoría de derivación para las funciones de una variable compleja. A continuación se aborda el concepto de diferenciabilidad, para construir el concepto de analiticidad y posteriormente formular y demostrar el criterio de Cauchy para las funciones analíticas. Finalmente se procede a demostrar las propiedades más importantes de las funciones analíticas

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática
<ol style="list-style-type: none"> <li>Diferenciabilidad y analitismo</li> <li>Teoremas de Cauchy (directo e inverso)</li> <li>Propiedades de las funciones analíticas</li> <li>Regla de cadena y el teorema de la función inversa</li> <li>Dominios de analiticidad de funciones elementales y compuestas.</li> </ol>	<p>Describir las diferencias de los conceptos de diferenciabilidad y analiticidad.</p> <p>Demostrar los teoremas de Cauchy subrayando la importancia de las ecuaciones de Cauchy-Riemann.</p> <p>Proporcionar otra forma de las ecuaciones de Cauchy-Riemann de la cual está claro, que una función analítica depende solo de variable <math>z</math> pero no depende de <math>z</math> conjugada.</p> <p>Demostrar las propiedades más importantes de las funciones analíticas, especialmente la regla de cadena y el teorema de la función inversa.</p> <p>Investigar los dominios de analiticidad de las funciones elementales y compuestas tenía en la perspectiva la construcción de superficies de Riemann para las funciones multivaluadas.</p>	<p>Entregar un reporte de manera electrónica donde se utilice el teorema de la función armónica bajo un mapeo analítico para resolver el problema de Dirichlet y obtener el potencial complejo para hacer aplicaciones a la física.</p>

Actividades del docente	Actividades del estudiante	Evidencia de la Actividad	Recursos y materiales	Tiempo destinado
<p>Exponer la definición de función analítica.</p> <p>Formular y demostrar el criterio de Cauchy.</p> <p>Explicar las diferencias entre el concepto de analiticidad en variable real y variable compleja.</p>	<p>Comprender las diferencias de los conceptos de diferenciabilidad y analiticidad.</p> <p>Investigar las diferentes formas de las ecuaciones de Cauchy-Riemann.</p> <p>Determinar las diferencias entre la teoría de una función de una variable compleja y la teoría de dos funciones de dos variables reales.</p>	<p>Tareas</p>	<p>Libro, apuntes de clase, lista de ejercicios y demostraciones.</p> <p>Búsqueda en internet.</p>	<p>8</p>



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

	Producto: Tarea			
--	-----------------	--	--	--

## Unidad temática 5: Integrales de contorno y teoremas de Cauchy

**Objetivo de la unidad temática.** Definir las integrales de contornos (uno-dimensionales) como el concepto básico, no solo para desarrollo teórico de la variable compleja, sino también para las aplicaciones en diferentes áreas de las matemáticas.

**Introducción:** A partir de la noción de contorno, considerado como una curva suave a trozos, es posible definir el concepto de la integral de contorno. Los conceptos básicos de esta unidad son los de función primitiva, integrales definidas e indefinidas, mediante los cuales se puede formular y demostrar unos de los principales teoremas del análisis complejo: el teorema de Cauchy. A partir de este último, se demuestran las fórmulas integrales de Cauchy para funciones analíticas y todas sus derivadas. Finalmente, con la demostración de algunos teoremas (tales como principio del módulo máximo y teorema de Morera) los cuales carecen de análogos en análisis real, queda de manifiesto la diferencia entre los conceptos de función analítica en variable compleja y el cálculo de variable real..

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática
<ol style="list-style-type: none"> <li>Concepto de contorno</li> <li>Definición de integrales de contorno</li> <li>Teorema de Cauchy para los dominios simplemente conexos</li> <li>Teorema de Cauchy para los dominios múltiplemente conexos</li> <li>Primitivas e integrales indefinidas</li> <li>Fórmula integral de Cauchy</li> <li>Derivadas de las funciones analíticas (fórmulas de Cauchy para las derivadas)</li> <li>Teorema de Morera y el principio del módulo máximo.</li> </ol>	<p>Formar el concepto de contorno y estudiar las propiedades básicas de los contornos que nos permiten definir las integrales sobre este conjunto de curvas.</p> <p>Estudiar diferentes definiciones de integrales de contorno.</p> <p>Demostrar el teorema de Cauchy para dominios simplemente conexos y múltiplemente conexos.</p> <p>En la base del teorema de Cauchy formar el conceptos de primitiva e integral indefinida.</p> <p>Demostrar las fórmulas integral de Cauchy para una función analítica y todas sus derivadas. En esta manera demostrar que para una función analítica existen las derivadas de todos los órdenes.</p> <p>Para ampliar el conocimiento de la esencia de las funciones analíticas demostrar dos teoremas: teorema de Morera y el principio del módulo máximo.</p>	<p>Entregar un reporte de manera electrónica donde se utilicen las integrales de contorno y teoremas de Cauchy para calcular la circulación y el flujo neto en aplicaciones a la física.</p>

Actividades del docente	Actividades del estudiante	Evidencia de la actividad	Recursos y materiales	Tiempo destinado*
<p>Orientar a los estudiantes en la investigación de los conceptos básicos.</p> <p>Demostrar los teoremas de Cauchy, la fórmula integral de Cauchy para funciones analíticas y sus derivadas.</p>	<p>Investiga los conceptos de integral de contorno, primitiva, integral indefinida e integral definida.</p> <p>Compara estas nociones con los análogos de análisis real.Producto: Tarea.</p> <p>Notar las diferencias entre el teorema de Green de análisis real y el teorema de</p>	Tareas	Libro, apuntes de clase, lista de ejercicios y demostraciones.	7



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

<p>Demostrar los teoremas de Morera y el principio del módulo máximo, subrayando que estos teoremas carecen de análogo en análisis real.</p>	<p>Cauchy. Comprender las razones por las cuales el teorema de Morera y el principio del módulo máximo no tienen análogo en análisis real.</p>			
--	--	--	--	--

## Unidad temática 6: Series de funciones analíticas

**Objetivo de la unidad temática.** Definir las series de potencias (de Taylor y Laurent) y desarrollar la clasificación de los puntos singulares aislados para las funciones analíticas

**Introducción:** Considerar la teoría de series de potencias para las funciones analíticas y demostrar los teoremas principales de Taylor y Laurent, los cuales fijan las condiciones para el desarrollo las funciones de variable compleja en las series correspondientes. En la base del teorema de Laurent construir una clasificación de los puntos singulares aislados de una función analítica

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Serie de potencias y teorema de Taylor</li> <li>2. Círculo de convergencia. Convergencia absoluta. Teorema de Abel</li> <li>3. Convergencia uniforme (segunda tarea teórica)</li> <li>4. Definición y dominio de convergencia de las series de Laurent</li> <li>5. Serie de Laurent. Teorema de Laurent.</li> <li>6. Clasificación de puntos singulares aislados de funciones analíticas.</li> <li>7. Teorema de Weierstrass</li> <li>8. Ejemplos de puntos singulares aislados de tipos diferentes</li> </ol>	<p>Reconocer el teorema Taylor de desarrollo de una función analítica en serie de potencias y demostrar por medio del teorema de Abel que el dominio de convergencia de cualquiera serie de Taylor es un círculo.</p> <p>Definir la noción de convergencia uniforme e investigar sus propiedades principales.</p> <p>Demostrar el teorema de Laurent y usar lo para clasificación de puntos singulares aislados.</p> <p>Reconocer propiedades de tres tipos de puntos singulares aislados (demostrar los teoremas correspondientes).</p>	<p>Entregar un reporte de manera electrónica donde se utilicen las series de funciones analíticas en aplicaciones a la física.</p>

	Actividades del estudiante	Evidencia de la actividad	Recursos y materiales	Tiempo destinado*
<p>Demostrar los teoremas básicos de la unidad.</p> <p>Guiar al estudiante en la investigación de teoremas y solución de problemas.</p>	<p>Investiga el teorema de Taylor y compara su formulación y demostración con el teorema correspondiente del análisis real.</p> <p>Calcula el radio del círculo de convergencia de diferentes funciones elementales y compuestas. Producto: Tarea.</p> <p>Define el concepto de convergencia uniforme e investigue sus propiedades principales. Producto: Segunda tarea teórica.</p>	<p>Tareas</p>	<p>Libro, apuntes de clase, lista de ejercicios y demostraciones.</p>	<p>10</p>



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

	<p>Investiga e interpreta el teorema de Laurent. Demuestre los teoremas de clasificación de puntos singulares aislados.</p> <p>Reconozca tres tipos de puntos singulares aislados por medio de desarrollo de las funciones en la serie de Laurent. Producto: Tarea.</p>			
<b>Unidad temática 7: Residuos y sus aplicaciones para cálculo de integrales de variable real</b>				
<p><b>Objetivo de la unidad temática.</b> Definir e investigar el concepto de residuo para las funciones</p>				
<p><b>Introducción:</b> En la base del teorema de Laurent desarrollar la teoría de residuos. Demostrar el Teorema Principal de Residuos que permite obtener unos métodos bastante poderosos de cálculo de las integrales diferentes tipos tanto en el cálculo de variable real como en variable compleja. En particular, obtener el lema de Jordan que permite demostrar las propiedades básicas de las integrales utilizadas en transformaciones de Laplace.</p>				
<b>Contenido temático</b>		<b>Saberes involucrados</b>		<b>Producto de la unidad temática</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Concepto de residuo. Cálculo de residuos en polos de órdenes diferentes</li> <li>2. Teorema principal de residuos</li> <li>3. Concepto de residuo en el punto infinito</li> <li>4. Aplicación de residuos al cálculo de integrales definidas</li> <li>5. Cálculo de integrales de funciones racionales de funciones trigonométricas</li> <li>6. Cálculo de integrales impropias del tipo <math>\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx</math>.</li> <li>7. Cálculo de integrales del tipo Jordán</li> <li>8. Cálculo de integrales de funciones que tienen singularidades sobre el eje real</li> <li>9. Cálculo de integrales impropias en el caso de las funciones multivaluadas</li> </ol>		<p>En la base del teorema de Laurent definir la noción de residuos en los puntos singulares aislados</p> <p>Estudiar los métodos de cálculo de tres tipos de integrales definidas de variable real con aplicación de teoría de residuos</p> <p>Reconocer el método de aplicación del Teorema de Jordan.</p> <p>Aplicar los métodos de teoría de residuos al cálculo de integrales de funciones que tienen singularidades sobre el eje real y de integrales impropias en el caso de las funciones multivaluadas</p>		<p>Entregar un reporte de manera electrónica donde analice la transformada de Laplace de manera directa e inversa y la aplique a problemas de la física.</p>
<b>Actividades del docente</b>	<b>Actividades del estudiante</b>	<b>Evidencia de la actividad</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Tiempo destinado*</b>
<p>Demostrar los teoremas básicos de la unidad.</p> <p>Desarrollar métodos para calcular algunos tipos de integrales de variable real a través del método de teoría de residuos</p> <p>Guiar al estudiante en la investigación de</p>	<p>Con base en su propia investigación y la exposición del profesor, comprenderá el sentido y demostración del Teorema principal de residuos.</p> <p>Calcula diferentes tipos de integrales (propias e impropias) de variable real, aplicando los métodos de Teoría de residuos.</p>	<p>Tareas</p>	<p>Libro, apuntes de clase, lista de ejercicios y demostraciones</p>	<p>12</p>



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

teoremas y solución de problemas.				
<b>Unidad temática 8: Mapeos conformes</b>				
<b>Objetivo de la unidad temática.</b> Formular los principios básicos de los mapeos conformes y aplicarlos a problemas de la física.				
<b>Introducción:</b> En esta unidad se introduce el concepto fundamental de mapeo conforme, y se muestra que los mapeos conformes se pueden utilizar para resolver una clase más amplia de problemas con valores en la frontera. Los métodos que se presentan se aplican a problemas de flujo de calor, de electrostática y de flujo de fluidos.				
<b>Contenido temático</b>		<b>Saberes involucrados</b>		<b>Producto de la unidad temática</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Mapeo conforme</li> <li>2. Transformaciones fraccionales lineales.</li> <li>3. Transformaciones de Schwarz – Christoffel</li> <li>4. Formulas integrales de Poisson.</li> <li>5. Aplicaciones al flujo de calor, electrostática y flujo de fluidos.</li> </ol>		<p>Definir los mapeos conformes e investigar las funciones que cumplan con esta definición.</p> <p>Estudiar de manera geométrica los mapeos conformes.</p> <p>Problema de Dirichlet en el plano.</p>		Reporte de manera electrónica sobre las aplicaciones de los mapeos conformes a la física.
<b>Actividades del docente</b>	<b>Actividades del estudiante</b>	<b>Evidencia de la actividad</b>	<b>Recursos y materiales</b>	<b>Tiempo destinado*</b>
<p>Demostrar que cualquier función compleja analítica es conforme donde la derivada no es cero.</p> <p>Define una clase importante de mapeos elementales conformes que mapean circunferencias a rectas y viceversa, que se hacen llamar transformaciones fraccionales lineales.</p> <p>Expone la fórmula de Schwarz – Christoffel que proporciona una formula explicita para la derivada de un mapeo conforme del semiplano superior sobre una región poligonal.</p> <p>Expone dos fórmulas integrales de Poisson importantes para resolver el problema de Dirichlet donde el dominio es el semiplano superior y el disco unitario.</p> <p>Resuelve el problema de encontrar un flujo irrotacional de un fluido incompresible utilizando la teoría de los mapeos conformes.</p>	<p>Estudia las funciones elementales vistas durante el curso y establece el dominio donde son conformes.</p> <p>Elabora una tabla de mapeos conformes.</p> <p>Investiga problemas de valores en la frontera asociados con la ecuación de Laplace donde se necesita un mapeo conforme que mapee un disco sobre el semiplano</p> <p>Analiza problemas de flujo de fluidos dentro de un dominio poligonal.</p> <p>Aplica las fórmulas de Poisson en problemas donde se involucren dominios del semiplano y discos unitarios abiertos.</p> <p>Resuelve diversos problemas de aplicación a flujo de fluidos, flujo de calor y electrostática..</p>	Tareas	Libro, apuntes de clase, lista de ejercicios y demostraciones	5



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

## 5. EVALUACIÓN Y CALIFICACIÓN

### Requerimientos de acreditación:

Para que el alumno tenga derecho al registro del resultado final de la evaluación en el periodo ordinario el alumno debe tener un mínimo de asistencia del 80% a clases y actividades registradas durante el curso. Para aprobar la Unidad de Aprendizaje el estudiante requiere una calificación mínima de 60.

### Criterios generales de evaluación:

A lo largo de la UA se elaborarán diversos reportes e informes por escrito, que deberán seguir los siguientes lineamientos básicos (más los específicos de cada trabajo):

- Entrega en tiempo
- Diseño de portada con datos de la Unidad de Aprendizaje, alumno, profesor y fecha
- Queda estrictamente prohibido el plagio

Las presentaciones orales se evaluarán conforme a los siguientes rubros: Contenido suficiente, comprensión del contenido, dicción, volumen, apoyo visual y tiempo utilizado. Cuando se pida una presentación oral se entregará a los estudiantes una lista de elementos básicos que debe incluir.

### Evidencias o Productos

Evidencia o producto	Competencias y saberes involucrados	Contenidos temáticos	Ponderación
3 Exámenes parciales	Identifica y organiza la información que se requiere para resolver un problema Discrimina y analiza información relevante Demuestra interés y cuidado en su trabajo. Autenticidad en las respuestas, rigor en la teoría y uso correcto del lenguaje matemático. Estructura argumentos lógicos para defender una opinión personal.	Plano complejo Funciones elementales de variable compleja Conceptos de límites y funciones continuas Funciones analíticas Integrales de contorno y teoremas de Cauchy Series de funciones analíticas Residuos y sus aplicaciones para cálculo de integrales de variable real Mapeos conformes	45 %
Tareas	Expresa ideas a través de un uso correcto del lenguaje escrito. Muestra seguridad al hablar y transmitir mensajes. Utilizar el lenguaje formal de la variable compleja para interactuar con otros profesionales en la búsqueda de soluciones a problemas de impacto social. Estructura argumentos lógicos para defender una opinión personal. Presenta sus productos en tiempo y forma, de tal manera que demuestra interés y cuidado en su trabajo. Acuerda metas en común para organizar el trabajo en equipo, desde una perspectiva equitativa Valorar el empleo de herramientas computacionales en el modelado matemático de fenómenos reales.	Plano complejo Funciones elementales de variable compleja Conceptos de límites y funciones continuas Funciones analíticas Integrales de contorno y teoremas de Cauchy Series de funciones analíticas Residuos y sus aplicaciones para cálculo de integrales de variable real Mapeos conformes	15 %



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

<p>Reportes de investigación de aplicaciones de la variable compleja a la física.</p>	<p>Expresa ideas a través de un uso correcto del lenguaje escrito.  Muestra seguridad al hablar y transmitir mensajes.  Utilizar el lenguaje formal de la variable compleja para interactuar con otros profesionales en la búsqueda de soluciones a problemas de impacto social.  Estructura argumentos lógicos para defender una opinión personal.  Presenta sus productos en tiempo y forma, de tal manera que demuestra interés y cuidado en su trabajo.  Acuerda metas en común para organizar el trabajo en equipo, desde una perspectiva equitativa  Valorar el empleo de herramientas computacionales en el modelado matemático de fenómenos reales.</p>	<p>Plano complejo  Funciones elementales de variable compleja  Conceptos de límites y funciones continuas  Funciones analíticas  Integrales de contorno y teoremas de Cauchy  Series de funciones analíticas  Residuos y sus aplicaciones para cálculo de integrales de variable real  Mapeos conformes</p>	<p>20 %</p>
---	---	---	-------------

## Producto final

Descripción	Evaluación	Ponderación
<p><b>Título del Producto:</b> Simulación matemática de un fenómeno físico.</p> <p><b>Objetivo:</b> Emplear las técnicas de variable compleja para abstraer las relaciones de dependencia entre variables.</p> <p><b>Descripción:</b> Elegir un fenómeno físico que haya sido estudiado por otros y que incluya:  A) Datos referentes las variables.  B) Función descrita con base en la relación entre sus variables, aplicando las herramientas de variable compleja aprendidas  C) Descripción de características de la función de variable compleja.</p>	<p><b>Criterios de fondo:</b>  Uso correcto del lenguaje matemático</p> <p><b>Criterios de forma:</b>  Distingue fuentes de información bibliográfica y/o electrónica confiable.  Elabora reportes de investigación respetando las normas gramaticales.  Redacta sin errores ortográficos. Traduce artículos o lectura de libros en inglés.</p>	<p>20%</p>

## 6. REFERENCIAS Y APOYOS

### Referencias bibliográficas

#### Referencias básicas

Autor (Apellido, Nombre)	Año	Título	Editorial	Enlace o biblioteca virtual donde esté disponible (en su caso)
J.W. Braun, R.V. Churchill	2004	Variable compleja y aplicaciones	McGRAW-HILL,	
J.E. Marsden, M.J.Hoffman	2008	Análisis básico de variable compleja	Editorial Trillas	
D. G. Zill, P. D. Shanahan	2009	Introducción al análisis complejo con aplicaciones	Cengage Learning	

#### Referencias complementarias

M.R.Spiegel, S. Lipschutz, J.J.Shiller, D. Spellman	2011	Variable compleja	McGRAW-HILL	
M. Krasnov, A Kiselev, G. Makárenko	19983	Funciones de variable compleja. Calculo operacional. Teoría de	Editorial Mir	



# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

		Estabilidad		
<b>Apoyos (videos, presentaciones, bibliografía recomendada para el estudiante)</b>				