# UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

<table>
<tr><th colspan="12">1. DATOS GENERALES</th></tr>
<tr><th colspan="9">Nombre de la Unidad de Aprendizaje (UA) o Asignatura</th><th colspan="3">Clave de la UA</th></tr>
<tr><td colspan="9">Análisis complejo</td><td colspan="3">15953</td></tr>
<tr><th colspan="3">Modalidad de la UA</th><th colspan="3">Tipo de UA</th><th colspan="3">Área de formación</th><th colspan="3">Valor en créditos</th></tr>
<tr><td colspan="3">Escolarizada</td><td colspan="3">Curso</td><td colspan="3">Básica Particular</td><td colspan="3">9</td></tr>
<tr><th colspan="4">UA de pre-requisito</th><th colspan="4">UA simultáneo</th><th colspan="4">UA posteriores</th></tr>
<tr><td colspan="4">I5951 Análisis Matemático I</td><td colspan="4">I5954 Taller de análisis complejo</td><td colspan="4">Ninguno</td></tr>
<tr><th colspan="4">Horas totales de teoría</th><th colspan="4">Horas totales de práctica</th><th colspan="4">Horas totales del curso</th></tr>
<tr><td colspan="4">68</td><td colspan="4">0</td><td colspan="4">68</td></tr>
<tr><th colspan="6">Licenciatura(s) en que se imparte</th><th colspan="6">Módulo al que pertenece</th></tr>
<tr><td colspan="6">Lic. En Matemáticas</td><td colspan="6">Análisis</td></tr>
<tr><th colspan="6">Departamento</th><th colspan="6">Academia a la que pertenece</th></tr>
<tr><td colspan="6">Matemáticas</td><td colspan="6">Análisis Matemático</td></tr>
<tr><th colspan="6">Elaboró</th><th colspan="6">Fecha de elaboración o revisión</th></tr>
<tr><td colspan="6">Vladimir Efremov</td><td colspan="6">06/05/2017</td></tr>
</table>

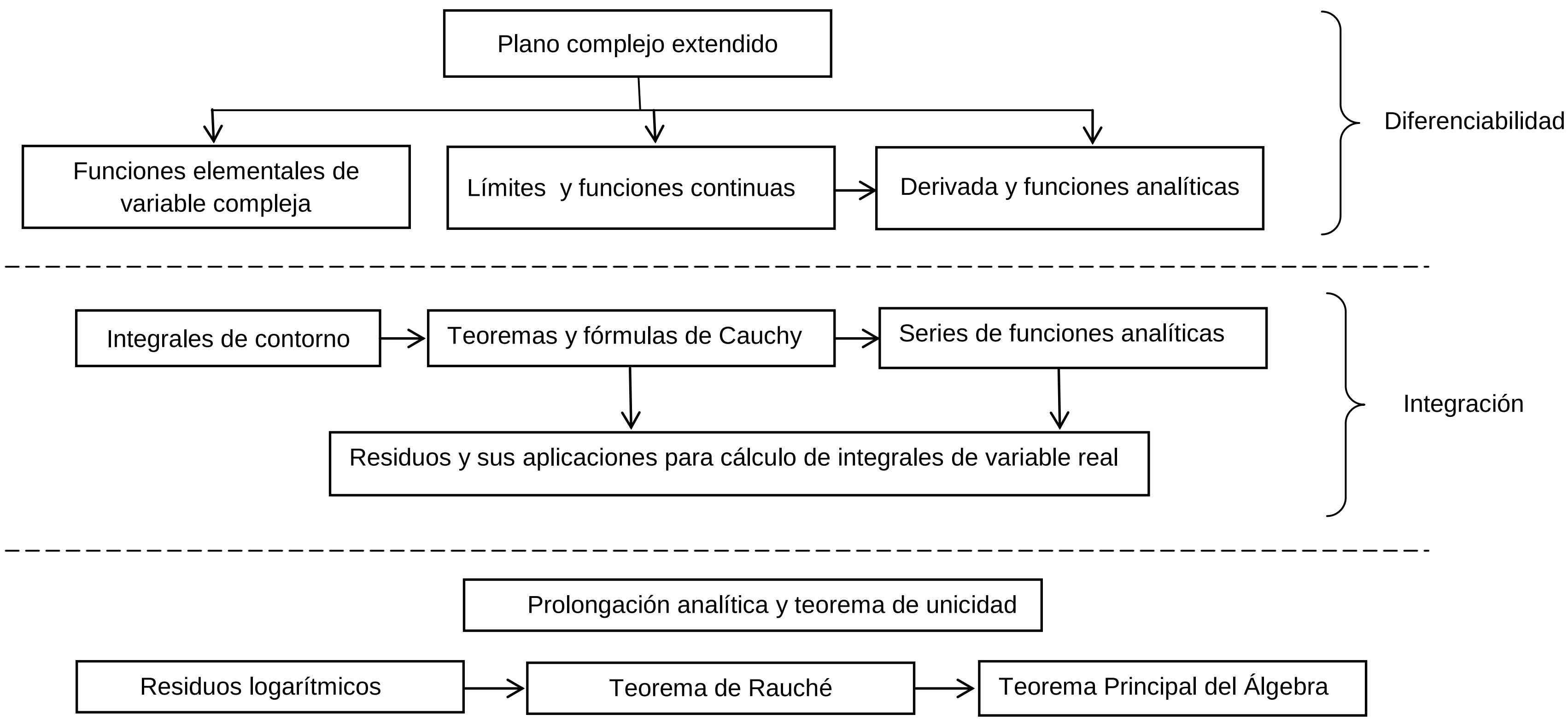
<table>
<tr><th colspan="2">2. DESCRIPCIÓN</th></tr>
<tr><th colspan="2">Presentación (propósito y finalidad de la UA o Asignatura)</th></tr>
<tr><td colspan="2">El curso de Análisis Complejo debe cursarse después de haber acreditado Análisis Matemático I, ya que se requieren las bases conceptuales de análisis de una variable real para asegurar el entendimiento de los conceptos generales de la variable compleja, por parte de los alumnos.<br>Al final del curso, el estudiante podrá identificar los conceptos básicos de una variable compleja y su aplicación en el área de análisis real. Asimismo, el estudiante será capaz de aplicar métodos geométricos y topológicos de espacios de baja dimensión, en el Análisis Matemático.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Relación con el perfil</th></tr>
<tr><th>Modular</th><th>De egreso</th></tr>
<tr><td>Este curso, como parte del módulo de Análisis, está diseñado para que los alumnos desarrollen la habilidad de diseñar estrategias de solución de problemas de análisis complejo y de otras ramas de las matemáticas.<br><br>Al terminar el curso, el estudiante comprenderá las diferencias de los métodos del análisis real y análisis complejo, y utilizará métodos de análisis complejo para solucionar algunos problemas de análisis real.</td><td>Esta materia contribuye al fortalecimiento de la competencia genérica “Proponer y validar modelos matemáticos de situaciones teóricas y prácticas congruentes con la realidad observada” del perfil de egreso.</td></tr>
</table>

| Competencias a desarrollar en la UA o Asignatura | | |
|---|---|---|
| **Transversales** | **Genéricas** | **Profesionales** |
| Plantear problemas de la realidad en términos del conocimiento científico disponible para su solución. | Construir, desarrollar y expresar argumentaciones matemáticas para interactuar con sus pares.<br><br>Entender y reproducir la matemática identificando áreas del conocimiento para desarrollar investigación bajo la orientación de expertos.<br><br>Proponer y validar modelos matemáticos de situaciones teóricas y prácticas congruentes con la realidad observada.<br><br>Formular y resolver problemas de la ciencia y la tecnología en términos del lenguaje matemático actual. | Simula matemáticamente una situación o fenómeno mediante la abstracción de las relaciones de dependencia entre dos variables, en Análisis Complejo<br><br>Plantear y resolver problemas de la realidad en términos del conocimiento matemático. |

| Tipos de saberes a trabajar | | |
|---|---|---|
| **Saber (conocimientos)** | **Saber hacer (habilidades)** | **Saber ser (actitudes y valores)** |
| **1.** Plano complejo<br>**2.** Funciones elementales de variable compleja<br>**3.** Conceptos de límites y funciones continuas<br>**4.** Funciones analíticas;<br>**5.** Integrales de contorno y teoremas de Cauchy<br>**6.** Series de funciones analíticas<br>**7.** Residuos y sus aplicaciones para cálculo de integrales de variable real<br>**8.** Prolongación analítica<br>**9.** Residuos logarítmicos, teorema de Rauche y Teorema Principal del Álgebra | Identificar el plano complejo extendido por un solo punto infinito como la esfera de Riemann.<br><br>Analizar y describir las diferencias entre definiciones de las funciones elementales de variable real y de variable compleja.<br><br>Analizar y describir las diferencias entre las funciones analíticas de una variable real y un conjunto de dos funciones de dos variables reales.<br><br>Identificar los dominios de analiticidad de las funciones compuestas.<br><br>Aplicar los conceptos de integral de contorno y la teoría de residuos para el cálculo de integrales definidas (propias e impropias) de una variable real y de una variable compleja.<br><br>Analizar la representación de funciones analíticas con puntos singulares aislados a través de series de potencias.<br><br>Analizar y describir el concepto de prolongación analítica y sobre esta base construya las superficies de Riemann para las funciones multivaluadas.<br><br>Percibir y entender la fuerza del concepto de residuo logarítmico en la demostración del Teorema Principal de Álgebra. | Identificar y organizar la información que se requiere para resolver un problema<br><br>Establecer metas en común para organizar el trabajo en equipo<br><br>Presentar sus trabajos en tiempo y forma, de tal manera que demuestra interés y cuidado en su trabajo |

| Producto Integrador Final de la UA o Asignatura |
|---|
| **Título del Producto.** Examen teórico-práctico<br><br>**Objetivo**: Emplear los diferentes métodos de derivación e integración para abstraer las relaciones de dependencia entre dos variables.<br><br>**Descripción**: Elegir una situación o fenómeno de la realidad que haya sido estudiado por otros y que incluya:<br>A) Datos referentes a una variable dependiente con respecto a otra variable independiente.<br>B) Función descrita con base en la relación entre sus variables, aplicando las herramientas de cálculo aprendidas<br>C) Descripción de características de la función tales como puntos críticos, concavidad y valores extremos. |

## 3. ORGANIZADOR GRÁFICO DE LOS CONTENIDOS DE LA UA o ASIGNATURA



## 4. SECUENCIA DEL CURSO POR UNIDADES TEMÁTICAS

### Unidad temática 1: Plano complejo

**Objetivo de la unidad temática:** Identificar el plano complejo extendido con la esfera de Riemann por medio de la proyección estereográfica.
**Introducción:** En esta unidad se parte de los conceptos básicos sobre el campo de los números complejos, abordados en cursos anteriores, para compararlos con los conceptos básicos del campo de los números reales. Se pone el énfasis en las representaciones trigonométrica y exponencial de los números complejos para definir apropiadamente las funciones de variable compleja.

| Contenido temático | Saberes involucrados | Producto de la unidad temática |
|---|---|---|
| 1. Los números complejos, el plano complejo abierto, el plano complejo extendido<br>2. Álgebra de números complejos<br>3. Proyección estereográfica y topología de plano complejo<br>4. Representación trigonométrica de los números complejos. Ramas de argumento de un número complejo.<br>5. Forma exponencial de la representación de los números complejos. Potencias y raíces.<br>6. Conjugación compleja | Describir el concepto de plano complejo abierto y plano complejo extendido.<br><br>Analizar las diferencias, ventajas y desventajas de diferentes representaciones de números complejos.<br><br>Definir potencias y raíces de números complejos, sobre la base de las representaciones exponencial y trigonométrica.<br><br>Comprender la importancia de la conjugación compleja como nueva operación, la cual no existe en análisis real, y que define sobre el plano complejo una nueva estructura a saber estructura compleja. | Elaborar un informe, en formato electrónico, acerca de la proyección estereográfica. |

| Actividades del docente | Actividades del estudiante | Evidencia de la actividad | Recursos y materiales | Tiempo (horas) |
|---|---|---|---|---|
| Orientar a los estudiantes en el análisis del punto infinito en el plano complejo extendido, mediante la proyección estereográfica.<br><br>Subrayar la aparición de un solo punto infinito como resultado de la cerradura del plano complejo abierto.<br><br>Conducir una discusión dentro del aula acerca de las ventajas y desventajas de diferentes representaciones de números complejos.<br><br>Demostrar las ventajas de las representaciones exponencial y trigonométrica para definir las potencias y raíces.<br><br>Explicar a los alumnos la importancia de la operación de conjugación compleja. | Recordar las propiedades algebraicas de los números complejos y demostrar que el conjunto de números complejos forma un campo numérico.<br><br>Comprender con los conceptos de módulo y argumento de números complejos y demostrar sus propiedades principales.<br><br>Demostrar las propiedades importantes de la conjugación compleja y sus conexiones con las propiedades de módulo y argumento de números complejos. | Tarea 1: Demostrar que el conjunto de los números complejos forma un campo.<br><br>Tarea 2: Demostrar las fórmulas, no abordadas durante la clase, que describen la proyección estereográfica.<br><br>Tarea 3: Representar números complejos en diferentes formas (cartesiana, trigonométrica, exponencial). | Lista de ejercicios y problemas.<br><br>Bibliografía electrónica o en papel para la investigación | 9 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Explicar que desde este concepto comienza el análisis como tal, de una variable compleja en lugar del análisis de dos variables reales.<br><br>Solicitar la elaboración de un informe acerca de la proyección estereográfica que deberá entregarse de manera electrónica. | Comparar los conceptos del plano complejo extendido y la proyección estereográfica con sus posibles análogos en análisis real uno dimensional. | Tarea 4: Propiedades importantes de la conjugación compleja y del módulo de números complejos. | | |

**Unidad temática 2: Funciones elementales de variable compleja**

**Objetivo de la unidad temática:** Analizar y describir las diferencias entre definiciones de las funciones elementales de variable real y de variable compleja.

**Introducción:** Para el estudio del análisis complejo, es de suma importancia establecer los criterios para definir los análogos complejos de las funciones elementales de variable real, de tal manera que sea posible afirmar que se trata de una misma función de variable real, prolongada al plano complejo. Uno de estos criterios se basa en definir las funciones correspondientes en variable compleja, de aquellas funciones elementales que se estudiaron en los cursos de análisis real, es decir, se definen las funciones de una variable compleja $z$, que se reducen a las funciones elementales de variable real cuando $z = x + i0$. Otro criterio consiste en la conservación de las propiedades determinantes de las funciones de variable real, en el análisis complejo.

| Contenido temático | Saberes involucrados | Producto de la unidad temática |
|---|---|---|
| 1. Función exponencial<br>2. Funciones trigonométricas e hiperbólicas complejas<br>3. La función logaritmo y las funciones de potencia<br>4. Ramas de las funciones multivaluadas<br>5. Aplicaciones (mapeos) y transformaciones de planos complejos | Establecer los criterios para definir los análogos complejos de las funciones elementales de variable real<br><br>De acuerdo con estos criterios definir las funciones elementales de variable compleja e investigar sus propiedades principales.<br><br>Utilizar la función logaritmo como ejemplo para realizar la construcción adecuada de las funciones multivaluadas.<br><br>Describir diferentes acercamientos a la definición correcta de las funciones multivaluadas.<br><br>Describir dos posibles interpretaciones de las funciones de variable compleja, a saber, como aplicaciones de un plano complejo a otro y como transformaciones de un solo plano complejo. | Reporte por escrito sobre los problemas resueltos en clase, con un apartado de conclusiones personales acerca del tema. |

| Actividades del docente | Actividades del estudiante | Evidencia de la actividad | Recursos y materiales | Tiempo (horas) |
|---|---|---|---|---|
| Expone diferentes tipos de funciones para analizar sus características.<br><br>Realiza una sesión interactiva de solución de problemas. | Demuestra las propiedades principales de las funciones elementales de variable compleja | Tarea 5: Demostrar propiedades importantes, no abordadas en clase, de la función exponencial, funciones trigonométricas y de la función logaritmo. | Libro… | 8 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Solicita el estudiante una investigación acerca de los diferentes acercamientos a la definición de las funciones multivaluadas. Orienta una discusión acerca de estas definiciones.<br><br>Solicita al estudiante que determine las diferencias entre dos definiciones de las funciones de variable compleja. | Investiga las aplicaciones y transformaciones del plano complejo que realizan diferentes funciones elementales de variable compleja. | Tarea 6: Identificar en un conjunto de ejemplos, las ramas de diferentes funciones multivariadas. | | |

**Unidad temática 3: Conceptos de límites y funciones continuas**

**Objetivos de la unidad temática.** Presentar el concepto de límite, desde el cual comienza el análisis como tal, y con base en este concepto definir la continuidad de las funciones como una noción básica del análisis complejo

**Introducción.** En esta unidad se comienza al definir los conceptos de límite y funciones continuas, según Cauchy, es decir en términos \epsilon - \delta, para después formular y demostrar las propiedades más importantes de ambos conceptos. Además se define el concepto de continuidad uniforme y se formulan tres teoremas acerca de las funciones continuas los cuales deberán ser demostrados por los estudiantes.

| Contenido temático | Saberes involucrados | Producto de la unidad temática |
|---|---|---|
| 1. Límites de sucesiones y funciones<br>2. Concepto de límite en el plano complejo extendido<br>3. Continuidad de las funciones<br>4. Continuidad uniforme (primera tarea teórica) | Describir los conceptos de límite y función continua. Subrayar las analogías de estos conceptos con respecto al análisis real y notar las diferencias.<br><br>Describir el concepto de límite en el plano complejo extendido.<br><br>Definir el concepto de la continuidad uniforme y acentuar la importancia de este último en el caso de variable compleja. | Reporte por escrito. Demostración de los 3 teoremas sobre continuidad uniforme. |

| Actividades del docente | Actividades del estudiante | Evidencia de la actividad | Recursos y materiales | Tiempo destinado |
|---|---|---|---|---|
| Exponer los conceptos de límite y función continua.<br><br>Explicar el concepto de límite en el plano complejo extendido y compararlo con el plano real. | Compara los conceptos de límite y continuidad de las funciones de variable compleja con los mismos en análisis real.<br><br>Comprender el concepto de límite en el plano complejo extendido<br><br>Investiga y analiza las demostraciones para las propiedades importantes de la continuidad uniforme. | Tarea 7: Demostrar las propiedades, no abordadas en clase, de límites de sucesiones y funciones.<br><br>Tarea 8: Determinar los límites de una lista de sucesiones y funciones de variable compleja.<br><br>Tarea 9: Demostrar 3 teoremas importantes acerca de funciones continuas y de funciones | Libro, apuntes de clase, lista de ejercicios y demostraciones | 4 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Producto: Tarea teórica. | uniformemente continuas. | | |

**Unidad temática 4: Funciones analíticas**

**Objetivo de la unidad temática.** Introducir las funciones analíticas, que están jugando un papel central en el análisis complejo

**Introducción.** A partir del concepto de límite, se desarrolla la teoría de derivación para las funciones de una variable compleja. A continuación se aborda el concepto de diferenciabilidad, para construir el concepto de analitismo y posteriormente formular y demostrar el criterio de Cauchy para las funciones analíticas. Finalmente se procede a demostrar las propiedades más importantes de las funciones analíticas

| Contenido temático | Saberes involucrados | Producto de la unidad temática |
|---|---|---|
| 1. Diferenciabilidad y analitismo<br>2. Teoremas de Cauchy (directo e inverso)<br>3. Propiedades de las funciones analíticas<br>4. Regla de cadena y el teorema de la función inversa<br>5. Dominios de analiticidad de funciones elementales y compuestas. | Describir las diferencias de los conceptos de diferenciabilidad y analitismo.<br><br>Demostrar los teoremas de Cauchy subrayando la importancia de las ecuaciones de Cauchy-Riemann.<br><br>Proporcionar otra forma de las ecuaciones de Cauchy-Riemann de la cual está claro, que una función analítica depende solo de variable *z* pero no depende de *z* conjugada.<br><br>Demostrar las propiedades más importantes de las funciones analíticas, especialmente la regla de cadena y el teorema de la función inversa.<br><br>Investigar los dominios de analiticidad de las funciones elementales y compuestas tenía en la perspectiva la construcción de superficies de Riemann para las funciones multivaluadas. | Portafolio de evidencias. Demostraciones e investigaciones de la unidad. |

| Actividades del docente | Actividades del estudiante | Evidencia de la actividad | Recursos y materiales | Tiempo destinado |
|---|---|---|---|---|
| Exponer la definición de función analítica.<br><br>Formular y demostrar el criterio de Cauchy.<br><br>Explicar las diferencias entre el concepto de analitismo en variable real y variable compleja. | Comprender las diferencias de los conceptos de diferenciabilidad y analitismo.<br><br>Investigar las diferentes formas de las ecuaciones de Cauchy-Riemann.<br><br>Determinar las diferencias entre la teoría de una función de una variable compleja y la teoría de dos funciones de dos variables reales. | Tarea 10: Aplicar el teorema de Cauchy, en un conjunto de ejemplos.<br><br>Tarea 11. Demostrar las propiedades de las funciones analíticas, que no fueron abordadas en clase.<br><br>Tarea 12. Calcular los dominios de analiticidad de diferentes funciones compuestas de funciones elementales | Libro, apuntes de clase, lista de ejercicios y demostraciones. Búsqueda en internet. | 8 |

**Unidad temática 5: Integrales de contorno y teoremas de Cauchy**

**Objetivo de la unidad temática.** Definir las integrales de contornos (uno-dimensionales) como el concepto básico, no solo para desarrollo teórico del análisis complejo, sino también para las aplicaciones en diferentes áreas de las matemáticas

**Introducción.** A partir de la noción de contorno, considerado como una curva suave a trozos, es posible definir el concepto de la integral de contorno. Los conceptos básicos de esta unidad son los de función primitiva, integrales definidas e indefinidas, mediante los cuales se puede formular y demostrar unos de los principales teoremas del análisis complejo: el teorema de Cauchy. A partir de este último, se demuestran las fórmulas integrales de Cauchy para funciones analíticay y todas sus derivadas. Finalmente, con la demostración de algunos teoremas (tales como principio del módulo máximo y teorema de Morera) los cuales carecen de análogos en análisis real, queda de manifiesto la diferencia entre los conceptos de función analítica en el análisis complejo y el análisis real.

| Contenido temático | Saberes involucrados | Producto de la unidad temática |
|---|---|---|
| 1. Concepto de contorno<br>2. Definición de integrales de contorno<br>3. Teorema de Cauchy para los dominios simplemente conexos<br>4. Teorema de Cauchy para los dominios multiplemente conexos<br>5. Primitivas e integrales indefinidas<br>6. Fórmula integral de Cauchy<br>7. Derivadas de las funciones analíticas (fórmulas de Cauchy para las derivadas)<br>8. Teorema de Morera y el principio del módulo máximo. | Formar el concepto de contorno y estudiar las propiedades básicas de los contornos que nos permiten definir las integrales sobre este conjunto de curvas.<br>Estudiar diferentes definiciones de integrales de contorno.<br>Demostrar el teorema de Cauchy para dominios simplemente conexos y múltiplemente conexos.<br>En la base del teorema de Cauchy formar el conceptos de primitiva e integral indefinida.<br>Demostrar las fórmulas integral de Cauchy para una función analítica y todas sus derivadas. En esta manera demostrar que para una función analítica existen las derivadas de todos los órdenes.<br>Para ampliar el conocimiento de la esencia de las funciones analíticas demostrar dos teoremas: teorema de Morera y el principio del módulo máximo. | Portafolio de evidencias. Demostraciones y problemas de la unidad. |

| Actividades del docente | Actividades del estudiante | Evidencia de la actividad | Recursos y materiales | Tiempo destinado* |
|---|---|---|---|---|
| Orientar a los estudiantes en la investigación de los conceptos básicos.<br>Demostrar los teoremas de Cauchy, la fórmula integral de Cauchy para funciones analíticas y sus derivadas.<br>Demostrar los teoremas de Morera y el principio del módulo máximo, subrayando que estos teoremas carecen de análogo en análisis real. | Investiga los conceptos de integral de contorno, primitiva, integral indefinida e integral definida.<br>Compara estas nociones con los análogos de análisis real.<br>Notar las diferencias entre el teorema de Green de análisis real y el teorema de Cauchy.<br>Comprender las razones por las cuales el teorema de Morera y el principio del módulo máximo no tienen análogo en análisis real. | Tarea13: Calcular integrales de contorno (conjunto de ejemplos seleccionados).<br>Tarea 14: Aplicar la fórmula de la integral de Cauchy y sus derivadas para calcular diferentes integrales de variable compleja. | Libro, apuntes de clase, lista de ejercicios y demostraciones. | 7 |

**Unidad temática 6: Series de funciones analíticas**

**Objetivo de la unidad temática.** Definir las series de potencias (de Taylor y Laurent) y desarrollar la clasificación de los puntos singulares aislados para las funcuones analíticas

**Introducción:** Considerar la teoría de series de potencias para las funciones analíticas y demostrar los teoremas principales de Taylor y Laurent, los cuales fijan las condiciones para el desarrollo las funciones de variable compleja en las series correspondientes. En la base del teorema de Laurent construir una clasificación de los puntos singulares aislados de una función analítica

| Contenido temático | Saberes involucrados | Producto de la unidad temática |
|---|---|---|
| 1. Serie de potencias y teorema de Taylor<br>2. Círculo de convergencia. Convergencia absoluta. Teorema de Abel<br>3. Convergencia uniforme (segunda tarea teórica)<br>4. Definición y dominio de convergencia de las series de Laurent<br>5. Serie de Laurent. Teorema de Laurent.<br>6. Clasificación de puntos singulares aislados de funciones analíticas.<br>7. Teorema de Weierstrass<br>8. Ejemplos de puntos singulares aislados de tipos diferentes | Reconocer el teorema Taylor de desarrollo de una función analítica en serie de potencias y demostrar por medio del teorema de Abel que el dominio de convergencia de cualquiera serie de Taylor es un círculo.<br>Definir la noción de convergencia uniforme e investigar sus propiedades principales.<br>Demostrar el teorema de Laurent y usar lo para clasificación de puntos singulares aislados.<br>Reconocer propiedades de tres tipos de puntos singulares aislados (demostrar los teoremas correspondientes). | Portafolio de evidencias. Demostraciones e investigaciones de la unidad. |

| | Actividades del estudiante | Evidencia de la actividad | Recursos y materiales | Tiempo destinado* |
|---|---|---|---|---|
| Demostrar los teoremas básicos de la unidad.<br><br>Guiar al estudiante en la investigación de teoremas y solución de problemas. | Investiga el teorema de Taylor y compara su formulación y demostración con el teorema correspondiente del análisis real.<br>Calcula el radio del círculo de convergencia de diferentes funciones elementales y compuestas.<br>Define el concepto de convergencia uniforme e investigue sus propiedades principales.<br>Investiga e interpreta el teorema de Laurent. Demuestre los teoremas de clasificación de puntos singulares aislados.<br>Reconozca tres tipos de puntos singulares aislados por medio de desarrollo de las funciones en la serie de Laurent. | Tarea 15: Calcular series de potencias (de Taylor y de Laurent) para diferentes funciones de variable compleja.<br><br>Tarea 16: Calcular órdenes de polos para diferentes funciones analíticas. | Libro, apuntes de clase, lista de ejercicios y demostraciones. | 10 |

**Unidad temática 7: Residuos y sus aplicaciones para cálculo de integrales de variable real**

**Objetivo de la unidad temática.** Definir e investigar el concepto de residuo para las funciones

**Introducción:** En la base del teorema de Laurent desarrollar la teoría de residuos. Demostrar el Teorema Principal de Residuos que permite obtener unos métodos bastante poderosos de cálculo de las integrales diferentes tipos tanto en análisis real como en el análisis complejo. En particular, obtener el lema de Jordan que permite demostrar las propiedades básicas de las integrales utilizadas en transformaciones de Laplace

| Contenido temático | Saberes involucrados | Producto de la unidad temática |
|---|---|---|
| 1. Concepto de residuo. Cálculo de residuos en polos de órdenes diferentes<br>2. Teorema principal de residuos<br>3. Concepto de residuo en el punto infinito<br>4. Aplicación de residuos al cálculo de integrales definidas<br>5. Cálculo de integrales de funciones racionales de funciones trigonométricas<br>6. Cálculo de integrales impropias del tipo $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$.<br>7. Cálculo de integrales del tipo Jordán<br>8. Cálculo de integrales de funciones que tienen singularidades sobre el eje real<br>9. Cálculo de integrales impropias en el caso de las funciones multivaluadas | En la base del teorema de Laurent definir la noción de residuos en los puntos singulares aislados<br><br>Estudiar los métodos de cálculo de tres tipos de integrales definidas de variable real con aplicación de teoría de residuos<br><br>Reconocer el método de aplicación del Teorema de Jordan.<br><br>Aplicar los métodos de teoría de residuos al cálculo de integrales de funciones que tienen singularidades sobre el eje real y de integrales impropias en el caso de las funciones multivaluadas | Portafolio de evidencias. Demostraciones y problemas de la unidad. |

| Actividades del docente | Actividades del estudiante | Evidencia de la actividad | Recursos y materiales | Tiempo destinado* |
|---|---|---|---|---|
| Demostrar los teoremas básicos de la unidad.<br><br>Desarrollar métodos para calcular algunos tipos de integrales de variable real a través del método de teoría de residuos<br><br>Guiar al estudiante en la investigación de teoremas y solución de problemas. | Con base en su propia investigación y la exposición del profesor, comprenderá el sentido y demostración del Teorema principal de residuos.<br><br>Calcula diferentes tipos de integrales (propias e impropias) de variable real, aplicando los métodos de Teoría de residuos. | Tarea 17: Aplicar el Teorema Principal de Residuos para el cálculo de integrales de funciones de variable compleja.<br><br>Tarea 18: Aplicar el Teorema Principal de Residuos para el cálculo de integrales de funciones de variable real | Libro, apuntes de clase, lista de ejercicios y demostraciones | 12 |

**Unidad temática 8: Prolongación analítica**

**Objetivo de la unidad temática.** Formular los principios básicos para la prolongación analítica y demostrar el teorema de unicidad

**Introducción:** En esta unidad se abordan diferentes métodos de prolongación analítica y la construcción de las superficies de Riemann para las funciones analíticas multivaluadas. Se aborda el caso particular de prolongación analítica a través de frontera. Demostramos unicidad de la prolongación analítica bajo las condiciones bastante generales.

| Contenido temático | Saberes involucrados | Producto de la unidad temática |
|---|---|---|

| | | |
|---|---|---|
| 1. Teorema de unicidad y sus consecuencias<br>2. Prolongación analítica en el caso de la función multivaluada<br>3. Prolongación analítica a través de frontera<br>4. Construcción de superficies de Riemann para funciones multivaluadas | Reconocer el teorema de unicidad y sus consecuencias para aplicación de los métodos de teoría de residuos.<br><br>Aplicar el teorema de unicidad para el caso de funciones multivaluadas.<br><br>Reconocer el método de prolongación analítica a través de frontera como el camino de construir superficies de Riemann para funciones multivaluadas | Portafolio de evidencias. Demostraciones e investigaciones de la unidad. |

| Actividades del docente | Actividades del estudiante | Evidencia de la actividad | Recursos y materiales | Tiempo destinado* |
|---|---|---|---|---|
| Demostrar los teoremas básicos de la unidad.<br><br>Guiar al estudiante en la investigación de teoremas y solución de problemas. | Investiga el teorema de unicidad y compara su aplicación para las funciones monovaluadas y multivaluadas.<br><br>Utilizando el método de la prolongación analítica a través de frontera construye las superficie de Riemann para diferentes funciones multivaluadas | Tarea 19: Aplicar el teorema de prolongación analítica a través de frontera para la construcción de superficies de Riemann para diferentes funciones multivaluadas. | Libro, apuntes de clase, lista de ejercicios y demostraciones | 5 |

| **Unidad temática 9: Residuos logarítmicos, teorema de Rauché y Teorema Principal del Álgebra** |
|---|
| **Objetivo de la unidad temática.** En la base de la teoría de residuos logarítmicos demostrar el teorema principal de álgebra<br><br>**Introducción:** Desarrollamos la parte especifica de la teoría de residuos basada en el concepto de residuo logarítmico. Con ayuda del Principio del argumento y teorema de Rouché (demostrados en este parte del curso) hemos podido demostrar el teorema principal de álgebra, como una de las más importantes aplicaciones de la teoría de residuos. |

| Contenido temático | Saberes involucrados | Producto de la unidad temática |
|---|---|---|
| 1. Concepto de residuo logarítmico<br>2. El número de ceros y polos. Cálculo de residuos logarítmicos<br>3. Principio del argumento<br>4. Teorema de Rouché<br>5. Teorema principal de álgebra | Reconocer el concepto de residuo logarítmico en los puntos y respecto a un contorno cerrado.<br><br>Aplicar el teorema principal de residuos para calcular el residuo logarítmico de una función respecto a un contorno cerrado.<br><br>Aplicar el principio de argumento para demostrar el teorema de Rouché.<br><br>Demostrar el teorema principal de álgebra aplicando el teorema de Rouché. | Portafolio de evidencias. Demostraciones e investigaciones de la unidad. |

| Actividades del docente | Actividades del estudiante | Evidencia de la actividad | Recursos y materiales | Tiempo destinado* |
|---|---|---|---|---|

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Demostrar los teoremas básicos de la unidad.<br><br>Guiar al estudiante en la investigación de teoremas y solución de problemas. | Calcula los residuos logarítmicos de funciones respecto a un contorno cerrado.<br><br>Calcula el número de raíces de polinomios dados en los dominios indicados, aplicando el teorema de Rouché<br><br>Busca las modificaciones en la demostración del teorema principal de álgebra. | Tarea 20: Calcular residuos logarítmicos para diferentes ejemplos de funciones de variable compleja.<br><br>Tarea 21. Aplicar el Principio de Argumento y el Teorema Roché para calcular el número de ceros para diferentes funciones en diversos dominios del plano complejo. | Libro, apuntes de clase, lista de ejercicios y demostraciones | 5 |

## 5. EVALUACIÓN Y CALIFICACIÓN

### Requerimientos de acreditación:

Para que el alumno tenga derecho al registro del resultado final de la evaluación en el periodo ordinario el alumno debe tener un mínimo de asistencia del 80% a clases y actividades registradas durante el curso. Para aprobar la Unidad de Aprendizaje el estudiante requiere una calificación mínima de 60.

### Criterios generales de evaluación:

A lo largo de la UA se elaborarán diversos reportes e informes por escrito, que deberán seguir los siguientes lineamientos básicos (más los específicos de cada trabajo):

- Entrega en tiempo
- Queda estrictamente prohibido el plagio

### Evidencias o Productos

| Evidencia o producto | Competencias y saberes involucrados | Contenidos temáticos | Ponderación |
|---|---|---|---|
| 2 exámenes parciales (teórico y práctico | Simula matemáticamente una situación o fenómeno mediante la abstracción de las relaciones de dependencia entre dos variables, en Análisis Complejo<br><br>Plantear y resolver problemas de la realidad en términos del conocimiento matemático.<br><br>Formular y resolver problemas de la ciencia y la tecnología en términos del lenguaje matemático actual.<br><br>Construir, desarrollar y expresar argumentaciones matemáticas para interactuar con sus pares. | 1. Plano complejo.<br>2. Funciones elementales de variable compleja<br>3. Conceptos de límites y funciones continuas<br>4. Funciones analíticas | 24% |
| 2 exámenes parciales (teórico y práctico | Simula matemáticamente una situación o fenómeno mediante la abstracción de las relaciones de dependencia entre dos variables, en Análisis Complejo | 5. Integrales de contorno y teoremas de Cauchy<br>6. Series de funciones analíticas<br>7. Residuos y sus aplicaciones para cálculo de integrales de variable real | 24% |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Plantear y resolver problemas de la realidad en términos del conocimiento matemático.<br><br>Formular y resolver problemas de la ciencia y la tecnología en términos del lenguaje matemático actual.<br><br>Construir, desarrollar y expresar argumentaciones matemáticas para interactuar con sus pares. | | |
| 2 exámenes parciales (teórico y práctico | Simula matemáticamente una situación o fenómeno mediante la abstracción de las relaciones de dependencia entre dos variables, en Análisis Complejo<br><br>Plantear y resolver problemas de la realidad en términos del conocimiento matemático.<br><br>Formular y resolver problemas de la ciencia y la tecnología en términos del lenguaje matemático actual.<br><br>Construir, desarrollar y expresar argumentaciones matemáticas para interactuar con sus pares. | 8. Prolongación analítica<br>9. Residuos logarítmicos, teorema de Rauché y Teorema Principal del Álgebra | 24% |
| 2 tareas teóricas | Construir, desarrollar y expresar argumentaciones matemáticas para interactuar con sus pares. | Continuidad uniforme de las funciones de variable compleja.<br>Convergencia uniforme de Series de Taylor. | 5% |

**Producto final**

| Descripción | Evaluación | |
|---|---|---|
| **Título:** **Examen escrito, teórico y práctico** | **Criterios de fondo:**<br>Formulaciones y demostraciones teóricas adecuadas.<br>Aplicación de método de cálculo adecuado<br>**Criterios de forma:**<br>Por escrito, en el salón de clase. | **Ponderación** |
| **Objetivo:** Evaluar el producto del aprendizaje de todo el curso de análisis complejo, que incluye la correcta aplicación de los métodos para resolver un conjunto de problemas. (Conocimientos procedimental y condicional). | | **18%** |

**Otros criterios**

| Criterio | Descripción | Ponderación |
|---|---|---|
| Participación en clase | Participación activa e interés de las intervenciones. | 5 % |

**6. REFERENCIAS Y APOYOS**

**Referencias bibliográficas**

**Referencias básicas**

| Autor (Apellido, Nombre) | Año | Título | Editorial | Enlace o biblioteca virtual donde esté disponible (en su caso) |
|---|---|---|---|---|

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| J.W. Braun, R.V. Churchil | **2004** | Variable compleja y aplicaciones | McGRAW-HILL, | |
| J.E. Marsden, M.J.Hoffman | **2008** | Análisis básico de variable compleja | Editorial Trillas | |
| **Referencias complementarias** | | | | |
| M.R.Spiegel, S. Lipschutz, J.J.Shiller, D. Spellman | **2011** | Variable compleja | McGRAW-HILL | |
| M. Krasnov, A Kiselev, G. Makárenko | **1983** | Funciones de variable compleja. Calculo operacional. Teoría de Estabilidad | Editorial Mir | |
| **Apoyos (videos, presentaciones, bibliografía recomendada para el estudiante)** | | | | |
| | | | | |