Ecuaciones Diferenciales Ordinarias I

PRIMER EXAMEN DEPARTAMENTAL 2010 B

No. de lista

octubre del 2010

Apellido Paterno ____ Apellido Materno ____ Nombre(s) ____ Código ____ Sección ____

Instrucciones: Escribe en el paréntesis de cada pregunta, el inciso de la respuesta corrrecta. Puedes utilizar formulario, más no calculadora.

---

1. Dada la familia uniparamétrica $y = \dfrac{1}{x^2 + C}$ solución de la ecuación diferencial $y' + 2xy^2 = 0$, la solución al problema de valor inicial es $y(2) = \frac{1}{3}$. ( )

a) $y = \dfrac{1}{x^2 + \frac{1}{3}}$ **b**) $y = \dfrac{1}{x^2 + 1}$ **c**) $y = \dfrac{1}{x^2 - 1}$ **d**) $y = \dfrac{1}{x^2 + 2}$

---

2. Clasifique de acuerdo al orden y linealidad la siguiente ecuación diferencial: ( )

$$y''' - \frac{x^2}{y} = \operatorname{sen} x$$

a) 3er. orden y lineal **b**) 3er. orden y no lineal

c) 2do. orden y no lineal **d**) 2do. orden y lineal

---

3. Resuelve la ecuación diferencial de variables separables: ( )

$$x^2 \frac{dy}{dx} = y - xy, \quad \text{con} \quad y(-1) = -1.$$

a) $\ln(xy) = -\frac{1}{x} - 1$ **b**) $\ln(xy) = \frac{1}{x} - 1$

c) $\ln(xy) = -\frac{1}{x} + 1$ **d**) $\ln(xy) = \frac{1}{x} + 1$

---

4. Encuentre la solución de la ecuación diferencial lineal: ( )

$$\frac{dy}{dx} + \frac{3y}{3x + 2} = e^{3x}$$

a) $y = \frac{1}{3x+2}\left[C + e^{3x}\left(x - \frac{1}{3}\right)\right]$ **b**) $y = \frac{1}{3x+2}\left[C + e^{3x}(3x + 1)\right]$

c) $y = \frac{1}{3x+2}\left[C + e^{3x}\left(x + \frac{2}{3}\right)\right]$ **d**) $y = \frac{1}{3x+2}\left[C + e^{3x}\left(x + \frac{1}{3}\right)\right]$

---

5. Indica por cuál método se puede resolver la ecuación diferencial ( )

$$(3x^2 y + e^y)dx + (x^3 + xe^y - 2y)dy = 0$$

a) Coeficientes homogéneos **b**) Bernoulli

c) Exacta **d**) Variables separables

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias I

PRIMER EXAMEN DEPARTAMENTAL 2010 B

---

6. Elige la solución de la ecuación diferencial no exacta: ( )

$$6xydx + (4y + 9x^2)dy = 0$$

que tiene como factor integrante a $\mu(y) = y^2$.

a) $3x^2y^3 - y^4 = C$ **b)** $3x^2y^3 + y^4 = C$ **c)** $-3x^2y^3 + y^4 = C$ **d)** $-3x^2y^3 - y^4 = C$

---

7. Considere la ecuación diferencial: ( )

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n, \quad \text{donde } P(x) \neq Q(x)$$

e indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera.

a) Sí $n \neq 0, 1$, la ecuación es de Bernoulli. **b)** Sí $n = 1$, la ecuación es exacta.

c) Sí $n = 2$, la ecuación es lineal. **d)** Sí $n = 0$, la ecuación es de variables separables.

---

8. Hallar la solución de la siguiente ecuación diferencial de coeficientes homogéneos: ( )

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y\cos\left(\frac{y}{x}\right) + x}{x\cos\left(\frac{y}{x}\right)}$$

a) $y = \sin(C + \ln x)$ **b)** $y = \sin^{-1}(C + \ln x)$

c) $y = x\sin(C + \ln x)$ **d)** $y = x\sin^{-1}(C + \ln x)$

---

9. Determine el wronskiano del siguiente conjunto de funciones: ( )

$$f_1(x) = 2, \quad f_2(x) = \operatorname{sen}^2 x, \quad f_3(x) = \cos^2 x$$

a) $W(f_1, f_2, f_3) = 0$ **b)** $W(f_1, f_2, f_3) = 64\operatorname{sen}(4x)\cos(4x)$

c) $W(f_1, f_2, f_3) = -2\operatorname{sen}^2(2x)\cos^2(2x)$ **d)** $W(f_1, f_2, f_3) = 2\operatorname{sen}^2(2x)\cos^2(2x)$

---

10 Aplicando el teorema de existencia y unicidad, elija un punto (x_0, y_0) donde se garantice que la ecuación diferencial: ( )

$$y' = \frac{y}{\sqrt{x^2 - 4}}$$

tenga solución única.

a) $\left(2, \frac{5}{2}\right)$ **b)** $\left(-2, -\frac{5}{2}\right)$ **c)** $\left(\frac{5}{2}, 2\right)$ **d)** $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$
