ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS I

Primer Exámen Departamental

08A

____ ________________

Apellido Paterno Apellido Materno Nombre (s) Código

Instrucciones: escribe en el paréntesis de la izquierda el inciso de la respuesta corrrecta. Puedes utilizar solamente el fórmulario del depto. de matemáticas , ningún tipo de calculadora, apaga tu teléfono celular y tienes 90 minutos para terminar tu exámen. No puedes salir del aula antes de los 90 minutos.

( ) **1**.- De las siguientes ecuaciones diferenciales elija la que es ordinaria, de primer orden y no lineal.

a) $(y')^2 - 3xy = 9x^2 + 1$ b) $2x^2y'' + 5yy' - 4xy = 7x$

c) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} = y$ d) $8\dfrac{d^2y}{dx^2} + \dfrac{dy}{dx} = 6y - 1$

( ) **2**.- Seleccione la solución de la ecuación lineal $(4y - x^3)dx = xdy$.

a) $y = x^2(C - x)$ b) $y = x(C - \frac{1}{2}x^2)$

c) $y = x^3(C - \ln x)$ d) $y = x^3(Cx + 1)$

( ) **3**.- Hallar la solución de la ecuación exácta:

$$3x^2(1 + \ln y)dx + \left(\frac{x^3}{y} - 8y\right)dy = 0, \quad y(1) = 1.$$

a) $3y^2 - x^3(1 + \ln y) = 2$ b) $2y^2 - x^3(1 + \ln y) = 1$

c) $4y^2 - x^3(1 + \ln y) = 3$ d) $y^2 - x^3(1 + \ln y) = 0$

( ) **4**.- Indique el factor integrante que corresponde a la ecuación diferencial:

$$e^x dx + (2e^x \cot y + 2y \csc y)dy = 0.$$

a) $\mu(y) = \operatorname{sen} y$ b) $\mu(y) = \operatorname{sen}^5 y$ c) $\mu(y) = \operatorname{sen}^2 y$ d) $\mu(y) = \operatorname{sen}^3 y$

( ) **5**.- Determine la solución general de la ecuación de coeficientes homogéneos:

$$xy' = y + xe^{-\frac{y}{x}}$$

a) $y = x\ln(\ln x^{-2} + C)$ b) $y = x\ln(\ln x + C)$

c) $y = x\ln(\ln x^2 + C)$ d) $y = x\ln(\ln x^3 + C)$

( ) **6**.- Obtenga la solución de la ecuación de Bernoulli $x^2y' - xy = y^3$.

a) $y = [-\frac{2}{3}x + Cx^{-4}]^{-\frac{1}{2}}$ b) $y = [-2x^{-1} + Cx^{-2}]^{-\frac{1}{2}}$

c) $y = [\frac{2}{3}x + Cx^2]^{-\frac{1}{2}}$ d) $y = [\frac{2}{5}x + Cx^4]^{-\frac{1}{2}}$

( ) **7**.- Resuelva el problema de valor inicial:

$$y'' - 6y' + 9y = 0, \quad y(0) = 4, \ y'(0) = 0.$$

a) $y = 4e^{3x} - 12xe^{3x}$ b) $y = 4xe^{3x}$

c) $y = 5xe^{3x}$ d) $y = 5e^{3x} - 15xe^{3x}$

( ) **8**.- Encuentre el conjunto fundamental de soluciones de la ecuación diferencial:.

$$y^{(4)} - 5a^2y'' + 4a^4y = 0, \quad a \in \mathbb{R}$$

a) $\left\{e^{ax},\ xe^{ax},\ e^{-ax},\ xe^{-ax}\right\}$ b) $\left\{\cos 2ax,\ \operatorname{sen} 2ax,\ \cos ax,\ \operatorname{sen} ax\right\}$

c) $\{\cos ax, \operatorname{sen} ax, x\cos ax, x\operatorname{sen} ax\}$ d) $\left\{e^{ax},\ e^{-ax},\ e^{2ax},\ xe^{-2ax}\right\}$

( ) **9**.- Calcule el wronskiano de las funciones:

$$f_1(x) = 1, \ f_2(x) = \ln x, \ f_3(x) = x^{-1}, \ f_4(x) = 4x$$

a) $W(f_1, f_2, f_3, f_4) = 4x^{-6}$ b) $W(f_1, f_2, f_3, f_4) = 2x^{-6}$

c) $W(f_1, f_2, f_3, f_4) = 8x^{-6}$ d) $W(f_1, f_2, f_3, f_4) = 6x^{-6}$

( ) **10**.- Dada la ecuación diferencial $y' = \dfrac{x^2 + y^2}{\ln(xy)}$, encuentre una región R del plano xy en la cual tenga solución y sea única.

a) $R = \{(x,y) : xy > 0\}$ b) $R = \left\{(x,y) : xy > 0,\ xy \neq 1\right\}$

c) $R = \{(x,y) : x,y \neq 0\}$ d) $R = \{(x,y) : xy \in \mathbb{R}\}$