

NOMBRE: _____ CALIFICACIÓN: _____

Paterno

Materno

Nombre (s)

SEGUNDO EXAMEN DEPARTAMENTAL DE CALCULO AVANZADO (9 DICIEMBRE 2011 B)

INSTRUCCIONES: PROHIBIDO EL USO DE CUALQUIER CALCULADORA. Apagar el celular y ponerlo en la mochila
MATERIAL PERMITIDO: Lápiz, borrador, formulario, hojas blancas y manual de fórmulas.

- _____ ① Por el método de los Multiplicadores de Lagrange encuentra el extremo de $f(x,y) = x^2 + y^2$ sujeta a la restricción o ligadura $4x + 6y = 26$
- A) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ Max. B) $(-2, 3)$ Min. C) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ Mím. D) $(2, 3)$ Max. E) $(2, 3)$ Mím.
- _____ ② Plantea en coordenadas rectangulares la integral doble que calcula el área de la región acotada por las gráficas de las ecuaciones: $y = 2 - x$, $y = x$, $y = 2$.
- A) $\int_1^2 \int_{2-x}^x dy dx$ B) $\int_0^1 \int_x^{2-x} dy dx$ C) $\int_1^2 \int_{2-y}^y dx dy$ D) $\int_0^1 \int_y^{2-y} dx dy$
- _____ ③ Calcular el área acotada por $x = y^2$, $x = 2 - y^2$, $y \geq 0$.
- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{3}$
- _____ ④ Cambia el orden de integración de la siguiente integral $\int_0^1 \int_{y^2}^{\sqrt{2-y^2}} dx dy$
- A) $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{x}} dy dx + \int_1^{\sqrt{2}} \int_0^{\sqrt{2-x^2}} dy dx$ C) $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{2-x^2}} dy dx + \int_1^{\sqrt{2}} \int_0^{\sqrt{x}} dy dx$
- B) $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{x}} dy dx + \int_1^2 \int_0^{\sqrt{2-x^2}} dy dx$ D) $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{2-x^2}} dy dx + \int_1^2 \int_0^{\sqrt{x}} dy dx$
- _____ ⑤ Plantear en coordenadas polares la integral iterada que calcula el área de la región que se encuentra dentro de la gráfica de $r = 2\cos\theta$ y fuera de $r = 2\sqrt{3}\sen\theta$, en el primer cuadrante.
- A) $\int_0^{\pi/3} \int_{2\sqrt{3}\sen\theta}^{2\cos\theta} r dr d\theta$ C) $\int_0^{\pi/6} \int_{2\cos\theta}^{2\sqrt{3}\sen\theta} r dr d\theta$ E) $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \int_{2\cos\theta}^{2\sqrt{3}\sen\theta} r dr d\theta$
- B) $\int_0^{\pi/3} \int_{2\cos\theta}^{2\sqrt{3}\sen\theta} r dr d\theta$ D) $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \int_{2\cos\theta}^{2\sqrt{3}\sen\theta} r dr d\theta$ F) $\int_0^{\pi/6} \int_{2\sqrt{3}\sen\theta}^{2\cos\theta} r dr d\theta$

___ (6) Convierte la integral $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \int_y^{\sqrt{1-y^2}} \frac{y^2}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$, de coordenadas rectangulares a polares.

- A) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} r^3 \sin \theta dr d\theta$ C) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} r^2 \sin^2 \theta dr d\theta$ E) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} r^2 \sin^2 \theta dr d\theta$
 B) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^1 r^2 \sin^2 \theta dr d\theta$ D) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^1 r \sin^2 \theta dr d\theta$

___ (7) Plantear la integral triple en coordenadas rectangulares, que calcula el volumen del sólido limitado por el cilindro parabólico $x = y^2$ y el plano $x + z = 1$, primer octante.

- A) $\int_0^1 \int_{-\sqrt{x}}^0 \int_0^{1-x} dz dy dx$ B) $\int_0^1 \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} \int_0^{1-x} dz dy dx$ C) $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{x}} \int_0^{1-x} dz dy dx$ D) $\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{x}} \int_0^{1-x} dz dy dx$

___ (8) Convierte la siguiente integral $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \int_{\sqrt{4+x^2+y^2}}^3 x dz dy dx$, de coordenadas rectangulares a cilíndricas.

- A) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\cos \theta} \int_3^{\sqrt{4-r^2}} r^2 \cos \theta dz dr d\theta$ C) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\sin \theta} \int_3^{\sqrt{4+r^2}} r^2 \cos \theta dz dr d\theta$
 B) $\int_0^{\pi} \int_0^{2\cos \theta} \int_{\sqrt{4+r^2}}^3 r dz dr d\theta$ D) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\cos \theta} \int_{\sqrt{4+r^2}}^3 r^2 \cos \theta dz dr d\theta$

___ (9) Plantea en coordenadas cilíndricas la integral triple que calcula el volumen del sólido acotado por el paraboloide $z = x^2 + y^2$ y la hoja superior del cono $z^2 = 3x^2 + 3y^2$

- A) $\int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{3}} \int_{\sqrt{3}r}^{r^2} r dz dr d\theta$ C) $\int_0^{2\pi} \int_0^3 \int_{r^2}^{3r} r dz dr d\theta$
 B) $\int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{3}} \int_{r^2}^{\sqrt{3}r} r dz dr d\theta$ D) $\int_0^{2\pi} \int_0^3 \int_{\sqrt{3}r}^{r^2} r dz dr d\theta$

10) Plantea en coordenadas esféricas la integral triple que calcula el volumen del sólido acotado por las esferas $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, y por los conos $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = \sqrt{3x^2 + 3y^2}$

A) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \int_0^{2\pi} \int_2^4 \rho^2 \sin \phi d\rho d\theta d\phi$

C) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_2^4 \rho^2 \sin \phi d\rho d\theta d\phi$

B) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \int_0^{2\pi} \int_2^4 \rho^2 \sin \phi d\rho d\theta d\phi$

D) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \int_0^{2\pi} \int_2^4 \rho^2 \sin \phi d\rho d\theta d\phi$

Aplicado