

SEGUNDO EXAMEN DEPARTAMENTAL DE CALCULO AVANZADO (3 JUNIO 2011 A)

INSTRUCCIONES: PROHIBIDO EL USO DE CALCULADORA. Apagar el celular y ponerlo en la mochila no se permite el uso de cachucha dentro del salón. MATERIAL PERMITIDO: Lápiz, borrador, formulario, hojas blancas, manual de fórmulas e identificación.

_____ ① Halle el punto crítico de $f(x, y) = x^2 + 2xy - y$ y determine si en este punto hay un máximo o mínimo relativo o punto silla.

A) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ Mínimo rel. C) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ Máximo rel. E) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ Punto silla

B) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ Mínimo rel. D) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ Máximo rel. F) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ Punto silla

_____ ② Utilice multiplicadores de Lagrange para determinar el extremo de la función $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, sujeta a la restricción $2x - y + 2z = 9$

A) $f(2, 1, 2)$ Máximo C) $f(2, -1, 2)$ Máximo E) $f(1, 2, 1)$ Máximo

B) $f(2, 1, 2)$ Mínimo D) $f(2, -1, 2)$ Mínimo F) $f(1, 2, 1)$ Mínimo

_____ ③ Calcular el área acotada por las graficas de las ecuaciones $y = \sqrt{3x}$; $x = 4 - y^2$; $y = 0$.

A) $4\sqrt{5}$ B) 5 C) $2\sqrt{2}$ D) $\frac{8}{3}\sqrt{2}$ E) $\frac{8}{3}\sqrt{3}$

_____ ④ Plantear una integral doble en coordenadas polares para el área de la región dentro de la curva cuya ecuación es:

$$x^2 + y^2 - 2\sqrt{x^2 + y^2} = 2x$$

A) $\int_0^{2\pi} \int_0^{2-2\cos\theta} r \, dr \, d\theta$ C) $\int_0^{\pi} \int_0^{2+2\cos\theta} r \, dr \, d\theta$ E) $\int_0^{\pi} \int_0^{2-2\cos\theta} r \, dr \, d\theta$

B) $\int_0^{2\pi} \int_0^{2+2\cos\theta} r \, dr \, d\theta$ D) $\int_0^{\pi} \int_0^{2+2\sin\theta} r \, dr \, d\theta$ F) $\int_0^{2\pi} \int_0^{2+2\sin\theta} r \, dr \, d\theta$

_____ ⑤ Calcular el área de la región comprendida dentro del círculo $r = 2$ y fuera de la rosa $r = 2\cos 3\theta$.

A) 3π B) $\frac{3\pi}{2}$ C) 2π D) $\frac{3\pi}{4}$ E) 4π

6) Plantear una integral doble para encontrar el volumen $V = \iint_Q f(x,y) dy dx$, donde $f(x,y) = x - 2$, Q es la región limitada por la parábola $y = 25 - x^2$ y la recta $y = 15 - 3x$.

A) $\int_{-2}^5 \int_{15-3x}^{25-x^2} dy dx$

C) $\int_{-2}^5 \int_{25-x^2}^{15-3x} (x-2) dy dx$

E) $\int_{-5}^2 \int_{15-3x}^{25-x^2} (x-2) dy dx$

B) $\int_{-2}^5 \int_{15-3x}^{25-x^2} (x-2) dy dx$

D) $\int_{-5}^2 \int_{25-x^2}^{15-3x} (x-2) dy dx$

F) $\int_2^5 \int_{25-x^2}^{15-3x} (x-2) dy dx$

7) Plantear la integral de volumen de la región sólida Q, acotada superiormente por el cilindro parabólico $z = 27 - 2y^2$; e inferiormente por el paraboloido elíptico $z = 3x^2 + y^2$

A) $\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \int_{27-2y^2}^{3x^2+y^2} dz dy dx$

C) $\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \int_{3x^2+y^2}^{27-2y^2} dz dy dx$

E) $\int_{-3}^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \int_{27-2y^2}^{3x^2+y^2} dz dy dx$

B) $\int_0^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \int_{3x^2+y^2}^{27-2y^2} dz dy dx$

D) $\int_{-3}^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \int_{3x^2+y^2}^{27-2y^2} dz dy dx$

F) $\int_0^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \int_{27-2y^2}^{3x^2+y^2} dz dy dx$

8) Cambiar la siguiente integral : $\int_0^{2\sqrt{2}} \int_0^{\sqrt{8-x^2}} \int_1^{\sqrt{9-x^2-y^2}} dz dy dx$ por una integral equivalente en coordenadas cilíndricas

A) $\int_0^{\pi/2} \int_0^{2\sqrt{2}} \int_1^{\sqrt{9-r^2}} r dz dr d\theta$

C) $\int_0^{\pi/2} \int_0^8 \int_1^{\sqrt{9-r^2}} r dz dr d\theta$

E) $\int_0^{\pi/2} \int_0^3 \int_1^{\sqrt{9-r^2}} r dz dr d\theta$

B) $\int_0^{2\pi} \int_0^9 \int_1^{\sqrt{9-r^2}} r dz dr d\theta$

D) $\int_0^{\pi} \int_0^{2\sqrt{2}} \int_2^{\sqrt{9-r^2}} r dz dr d\theta$

F) $\int_0^{2\pi} \int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \int_0^{\sqrt{9-r^2}} r dz dr d\theta$

___ 9) Plantear una integral triple en coordenadas cilíndricas para el volumen de la región sólida acotada por las gráficas de las ecuaciones $z = 4 - x^2 - y^2$ y $z = 4 - 2y$.

A) $\int_{\pi}^{2\pi} \int_0^{-2\operatorname{sen}\theta} \int_{4-2r\operatorname{sen}\theta}^{4-r^2} r dz dr d\theta$

C) $\int_0^{\pi} \int_0^{2\operatorname{sen}\theta} \int_{4-2r\operatorname{sen}\theta}^{4-r^2} r dz dr d\theta$

B) $\int_{\pi}^{2\pi} \int_0^{-2\operatorname{sen}\theta} \int_{4-r^2}^{4-2r\operatorname{sen}\theta} r dz dr d\theta$

D) $\int_0^{\pi} \int_0^{2\operatorname{sen}\theta} \int_{4-r^2}^{4-2r\operatorname{sen}\theta} r dz dr d\theta$

___ 10) Plantee en coordenadas esféricas la integral $\iiint_Q \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dV$ donde Q es la región sólida acotada por las

ecuaciones $z = \sqrt{x^2 + y^2}$; $z = \sqrt{\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{3}}$; $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

A) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \rho d\rho d\theta d\phi$

C) $\int_{3\pi/4}^{5\pi/6} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \rho d\rho d\theta d\phi$

E) $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \rho^2 \operatorname{sen}\phi d\rho d\theta d\phi$

B) $\int_{\pi/6}^{\pi/4} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \rho d\rho d\theta d\phi$

D) $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \rho d\rho d\theta d\phi$

F) $\int_{2\pi/3}^{3\pi/4} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \rho d\rho d\theta d\phi$

