

NOMBRE: _____ CALIFICACIÓN: _____
Paterno Materno Nombre (s)

SEGUNDO EXAMEN DEPARTAMENTAL DE CALCULO AVANZADO (10 DICIEMBRE 2010 B)

INSTRUCCIONES: PROHIBIDO EL USO DE CALCULADORA. Apagar el celular y ponerlo en la mochila no se permite el uso de cachucha dentro del salón. MATERIAL PERMITIDO: Lápiz, borrador, formulario, hojas blancas, manual de fórmulas e identificación. Rellenar con lápiz en su hoja de respuestas la opción que corresponda a la solución de los problemas.

_____ ① Halle el punto crítico de $f(x, y) = x^2 + 2xy + x$ y determine si en este punto hay un máximo o mínimo relativo o punto silla.

A) $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ Mínimo rel. C) $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ Punto silla E) $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ Mínimo rel.

B) $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ Punto silla D) $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ Máximo rel. F) $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ Máximo rel.

_____ ② Utilice multiplicadores de Lagrange para determinar el extremo de la función $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, sujeta a la restricción $2x + 2y - z = 9$

A) $f(1, 1, -2)$ Máximo C) $f(2, 2, -1)$ Mínimo E) $f(2, 2, -1)$ Máximo

B) $f(2, 2, 1)$ Máximo D) $f(1, 1, -2)$ Mínimo F) $f(2, 2, 1)$ Mínimo

_____ ③ Calcular el área de la región acotada por las gráficas de las ecuaciones $x^2 + y^2 = 2x$, $x^2 + y^2 = 4x$, $y = x$, $y = -x$.

A) $\frac{3}{4}(\pi + 2)$ B) $\frac{3}{2}(\pi + 2)$ C) $\pi + 2$ D) $\frac{5}{8}(\pi + 2)$ E) $\frac{3}{8}(\pi + 2)$

_____ ④ Traza la región de integración y cambia el orden de integración para la integral: $\int_{-2}^1 \int_0^{\sqrt{x+2}} dy dx + \int_1^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} dy dx$

A) $\int_0^{\sqrt{3}} \int_{y^2-2}^{\sqrt{y^2-4}} dx dy$

C) $\int_0^1 \int_{y^2-2}^{\sqrt{4-y^2}} dx dy$

E) $\int_0^{\sqrt{3}} \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{y^2-2} dx dy$

B) $\int_0^1 \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{y^2-2} dx dy$

D) $\int_0^{\sqrt{3}} \int_{y^2+2}^{\sqrt{4-y^2}} dx dy$

F) $\int_0^{\sqrt{3}} \int_{y^2-2}^{\sqrt{4-y^2}} dx dy$

5) Plantear en coordenadas polares la integral $\int_2^4 \int_0^{\sqrt{4x-x^2}} \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} dy dx$

A) $\int_0^{\pi/4} \int_{2\sec\theta}^{4\cos\theta} r dr d\theta$

C) $\int_0^{\pi/2} \int_0^{4\cos\theta} r dr d\theta$

E) $\int_0^{\pi/4} \int_2^{4\cos\theta} r dr d\theta$

B) $\int_0^{\pi/4} \int_{2\sec\theta}^{4\cos\theta} r dr d\theta$

D) $\int_0^{\pi/4} \int_0^{4\cos\theta} r dr d\theta$

6) Plantear una integral iterada para el área de la región dentro del círculo $r = 3\cos\theta$ y fuera del limazón $r = 2 - \cos\theta$.

A) $\int_{-\pi/6}^{\pi/6} \int_{2-\cos\theta}^{3\cos\theta} r dr d\theta$

C) $\int_{2\pi/3}^{4\pi/3} \int_{3\cos\theta}^{2-\cos\theta} r dr d\theta$

E) $\int_{-\pi/6}^{\pi/6} \int_{3\cos\theta}^{2-\cos\theta} r dr d\theta$

B) $\int_{-\pi/3}^{\pi/3} \int_{3\cos\theta}^{2-\cos\theta} r dr d\theta$

D) $\int_{-\pi/3}^{\pi/3} \int_{2-\cos\theta}^{3\cos\theta} r dr d\theta$

F) $\int_{2\pi/3}^{4\pi/3} \int_{2-\cos\theta}^{3\cos\theta} r dr d\theta$

7) Plantear una integral doble para encontrar el volumen del sólido limitado arriba por $x+z=15$, abajo por $z=0$ y lateralmente por $5y^2=3x$

A) $\int_0^3 \int_{\frac{5y^2}{3}}^5 (15-x) dx dy$

C) $\int_0^3 \int_{\frac{5y^2}{3}}^5 (x-15) dx dy$

E) $\int_{-2}^3 \int_{\frac{3y^2}{5}}^{15} (15-x) dx dy$

B) $\int_0^3 \int_{\frac{3y^2}{5}}^{15} (15-x) dx dy$

D) $\int_{-3}^3 \int_{\frac{5y^2}{3}}^{15} (15-x) dx dy$

F) $\int_0^3 \int_{\frac{5y^2}{3}}^{15} (15+x) dx dy$

8) Plantear la integral triple en coordenadas rectangulares que calcula el volumen del sólido limitado por las gráficas de las siguientes ecuaciones: $x^2+y^2=4$; $y=4-x^2$; entre los planos: $z=6-y$; $z=0$, para $x \geq 0$

A) $\int_0^2 \int_{4-y^2}^{\sqrt{4-y^2}} \int_0^{6-y} dz dx dy$

C) $\int_0^2 \int_{4-x^2}^{\sqrt{4-x^2}} \int_0^{6-y} dz dy dx$

E) $\int_{-2}^2 \int_{4-x^2}^{\sqrt{4-x^2}} \int_0^{6-y} dz dy dx$

B) $\int_0^2 \int_{\sqrt{4-x^2}}^{4-x^2} \int_0^{6-y} dz dy dx$

D) $\int_{-2}^2 \int_{\sqrt{4-x^2}}^{4-x^2} \int_0^{6-y} dz dy dx$

F) $\int_0^2 \int_{\sqrt{4-y^2}}^{4-y^2} \int_0^{6-y} dz dx dy$

9) Plantear en coordenadas cilíndricas la integral que calcula el volumen del sólido contenido entre la región externa a $x^2 + y^2 = 1$ e interna a $x^2 + y^2 = 4$ y entre los planos: xy y $z = 4 - y$

A) $\int_0^{\pi} \int_1^2 \int_0^{4-r\cos\theta} r dz dr d\theta$

C) $\int_0^{2\pi} \int_1^4 \int_0^{4-r\sin\theta} r dz dr d\theta$

E) $\int_0^{2\pi} \int_1^2 \int_0^{4-r\sin\theta} r dz dr d\theta$

B) $\int_0^{2\pi} \int_0^2 \int_0^{4-r\sin\theta} dz dr d\theta$

D) $\int_0^{2\pi} \int_1^2 \int_0^{4-r\sin\theta} dz dr d\theta$

F) $\int_0^{\pi} \int_0^2 \int_0^{4-r\sin\theta} r dz dr d\theta$

10) Plantee en coordenadas esféricas la integral $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \int_0^{\sqrt{2-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{4-x^2-y^2}} \frac{y}{x^2+y^2} dz dy dx$

A) $\int_0^{\pi} \int_0^{\pi/4} \int_0^2 \rho \sin\theta d\rho d\phi d\theta$

C) $\int_0^{\pi} \int_{\pi/4}^{\pi} \int_0^{\sqrt{2}} \rho^2 \sin\phi d\rho d\phi d\theta$

B) $\int_{3\pi/2}^{\pi/2} \int_{\pi/4}^{\pi} \int_0^{\sqrt{2}} \rho^2 \sin\phi d\rho d\phi d\theta$

D) $\int_{3\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\pi/4} \int_0^2 \rho \sin\theta d\rho d\phi d\theta$