

**SEGUNDO EXAMEN DEPARTAMENTAL DE CALCULO AVANZADO (29 MAYO 2010 A)**

**INSTRUCCIONES:** Apagar el celular y ponerlo en la mochila no se permite el uso de cachucha dentro del salón. Favor de anotar claramente la letra correspondiente a cada pregunta en la línea del lado izquierdo. **MATERIAL PERMITIDO:** Lápiz, borrador, formulario, hojas blancas, calculadora, manual de fórmulas e identificación.

\_\_\_\_\_ ① Calcula el área de la región acotada por la parábola  $y = 4 - x^2$  y la recta  $y = 1$

A)  $\frac{8\sqrt{2}}{3}$       B)  $\frac{2}{3}$       C)  $\frac{4}{3}$       D)  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$       E)  $4\sqrt{3}$

\_\_\_\_\_ ② Cambia el orden de integración de:  $\int_0^1 \int_{1-x}^1 dy dx + \int_1^2 \int_0^{2-x} dy dx$

A)  $\int_0^1 \int_{y-1}^{1-y} dx dy$       B)  $\int_0^1 \int_{2-y}^{1-y} dx dy$       C)  $\int_0^1 \int_{1-y}^y dx dy$       D)  $\int_0^1 \int_{1-y}^{2-y} dx dy$       E)  $\int_0^1 \int_{-y}^{1-y} dx dy$

\_\_\_\_\_ ③ Plantear una integral doble para encontrar el volumen del sólido limitado arriba por  $y^2 = 9 - z$  y abajo por  $z = 0$ , y dentro de  $x^2 + y^2 = 9$

A)  $\int_0^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^0 (9-y^2) dy dx$       C)  $\int_{-3}^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} (9-y^2) dy dx$       E)  $\int_0^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} (9-y^2) dy dx$

B)  $\int_{-3}^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} dy dx$       D)  $\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} (y^2 - 9) dy dx$

\_\_\_\_\_ ④ Plantear en coordenadas polares la doble integral que calcula el área de la región externa a  $x^2 + y^2 = 1$  e interna a  $x^2 + (y-1)^2 = 1$

A)  $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \int_{2\sin\theta}^1 r dr d\theta$       C)  $2 \int_{\pi/6}^{\pi/2} \int_1^{2\sin\theta} r dr d\theta$       E)  $2 \int_{\pi/6}^{\pi/2} \int_1^{-2\sin\theta} r dr d\theta$

B)  $2 \int_0^{\pi/4} \int_{2\sin\theta}^1 r dr d\theta$       D)  $\int_0^{\pi/4} \int_1^{2\cos\theta} r dr d\theta$

\_\_\_ (5) Calcular en coordenadas polares el área de la región externa a  $r = \cos \theta$  e interna a  $r = \operatorname{sen} \theta$  **primer cuadrante**

- A) 1                      B)  $\frac{1}{2}$                       C)  $\frac{9}{4}$                       D)  $\frac{1}{4}$                       E)  $\frac{25}{4}$

\_\_\_ (6) Plantear la integral doble  $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} dy dx$  en coordenadas polares.

- A)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\operatorname{sen} \theta} r dr d\theta$     B)  $\int_0^{\pi} \int_0^{2r \cos \theta} r dr d\theta$     C)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2 \cos \theta} r dr d\theta$     D)  $\int_0^{\pi} \int_0^{2\operatorname{sen} \theta} r dr d\theta$     E)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2 \cos \theta} r dr d\theta$

\_\_\_ (7) Plantear una integral triple en coordenadas rectangulares para el volumen de la región sólida limitada por el paraboloides  $z = 2x^2 + y^2$  y el cilindro parabólico  $z = 4 - y^2$ , **en el primer octante.**

- A)  $\int_0^{\sqrt{2}} \int_0^{\sqrt{2-x^2}} \int_{2x^2+y^2}^{4-y^2} dz dy dx$     C)  $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \int_{2x^2+y^2}^{4-y^2} dz dy dx$     E)  $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2-x^2}} \int_{2x^2+y^2}^{4-y^2} dz dy dx$   
 B)  $\int_0^{\sqrt{2}} \int_0^{\sqrt{2-x^2}} \int_{4-y^2}^{2x^2+y^2} dz dy dx$     D)  $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \int_{4-y^2}^{2x^2+y^2} dz dy dx$     F)  $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2-x^2}} \int_{4-y^2}^{2x^2+y^2} dz dy dx$

\_\_\_ (8) Plantear una integral triple en coordenadas cilíndricas que calcule el volumen del sólido acotado por  $(x-1)^2 + y^2 = 1$ ;  $z = 0$ ;  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$

- A)  $\int_0^{\pi} \int_0^{2\operatorname{sen} \theta} \int_0^{4-r^2} r dz dr d\theta$     C)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\cos \theta} \int_0^{4-r^2} r dz dr d\theta$     E)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\cos \theta} \int_0^{\sqrt{4-r^2}} r dz dr d\theta$   
 B)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\operatorname{sen} \theta} \int_0^{4-r^2} r dz dr d\theta$     D)  $\int_0^{\pi} \int_0^{2\operatorname{sen} \theta} \int_0^{\sqrt{4-r^2}} r dz dr d\theta$     F)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\cos \theta} \int_0^{\sqrt{4-r^2}} r dz dr d\theta$

\_\_\_ (9) Dada la integral triple  $\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{x^2+y^2}^4 (x^2 + y^2)^{3/2} dz dy dx$ . Plantearla en coordenadas cilíndricas

- A)  $4 \int_0^{\pi/2} \int_0^2 \int_{r^2}^4 r^3 dz dr d\theta$     C)  $4 \int_0^{\pi/2} \int_0^2 \int_{r^2}^4 r^4 dz dr d\theta$     E)  $\int_0^{\pi/2} \int_0^2 \int_{r^2}^4 r^3 dz dr d\theta$   
 B)  $4 \int_0^{\pi/2} \int_0^2 \int_{r^2}^4 r^4 dz dr d\theta$     D)  $\int_0^{\pi} \int_0^2 \int_{r^2}^4 r^3 dz dr d\theta$

\_\_\_\_ ⑩ Utilice coordenadas esféricas para plantear  $\iiint_Q \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}} dV$ , donde  $Q$  es la región limitada superiormente por la esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  e inferiormente por el plano  $z = 1$

A)  $\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/3} \int_{\sec \phi}^2 \rho^2 \cos \phi d\rho d\phi d\theta$

C)  $\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/3} \int_{\sec \phi}^2 \rho \operatorname{sen} \phi d\rho d\phi d\theta$

B)  $\int_0^{\pi} \int_0^{\pi/6} \int_{\csc \phi}^4 \rho^2 \cos \phi d\rho d\phi d\theta$

D)  $\int_0^{\pi} \int_0^{\pi/6} \int_{\csc \phi}^4 \rho \operatorname{sen} \phi d\rho d\phi d\theta$

Aplicado