

SEGUNDO EXAMEN DEPARTAMENTAL DE CALCULO AVANZADO (5 DICIEMBRE 2009 B)

INSTRUCCIONES: Apagar el celular y ponerlo en la mochila no se permite el uso de cachucha dentro del salón. Favor de anotar claramente la letra correspondiente a cada pregunta en la línea del lado izquierdo. **MATERIAL PERMITIDO:** Lápiz, borrador, formulario, hojas blancas, calculadora, manual de fórmulas e identificación.

\_\_\_\_\_ ① Plantear la integral de volumen  $\iiint_Q dz dy dx$  de la región sólida  $Q$  acotada por las ecuaciones

$y = x^2 + 1, z = 0, y = 5, z = 10 - y$

- A)  $\int_1^5 \int_0^{\sqrt{y-1}} \int_0^{10-y} dz dy dx$     C)  $2 \int_0^2 \int_{x^2+1}^5 \int_0^{10-y} dz dy dx$     E)  $2 \int_0^2 \int_0^{x^2+1} \int_0^{10-y} dz dy dx$
- B)  $\int_0^2 \int_{x^2+1}^5 \int_0^{10-y} dz dy dx$     D)  $\int_0^2 \int_0^{x^2+1} \int_0^{10-y} dz dy dx$     F)  $\int_0^2 \int_{y^2+1}^5 \int_0^{10-x} dz dy dx$

\_\_\_\_\_ ② Cambie el orden de integración de la siguiente integral  $\int_1^5 \int_{\sqrt{x-1}}^2 dy dx$

- A)  $\int_0^2 \int_0^{y^2+1} dx dy$     B)  $\int_0^2 \int_1^5 dx dy$     C)  $\int_0^2 \int_{y^2+1}^5 dx dy$     D)  $\int_0^2 \int_1^{y^2+1} dx dy$     E)  $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{x-1}} dx dy$

\_\_\_\_\_ ③ Calcular el área de la región limitada por las ecuaciones  $y = \sqrt{x} + 2, x = 4, y = 2$ .

- A)  $\frac{5\sqrt{5}}{3}$     B)  $\frac{6\sqrt{3}-2}{3}$     C)  $\frac{32}{3}$     D)  $\frac{10\sqrt{5}}{3}$     E)  $\frac{16}{3}$

\_\_\_\_\_ ④ Utilice coordenadas esféricas para plantear la integral  $\iiint_Q \frac{dV}{x^2 + y^2 + z^2}$ , donde  $Q$  es el sólido que está dentro de la

esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ , arriba del plano  $xy$  y debajo del cono  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

- A)  $\int_0^\pi \int_{\pi/4}^{\pi/2} \int_0^2 \rho^2 \sin \phi d\rho d\phi d\theta$     C)  $\int_0^\pi \int_{\pi/4}^\pi \int_0^2 \rho^2 \sin \phi d\rho d\phi d\theta$     E)  $\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^4 \rho \sin \phi d\rho d\phi d\theta$
- B)  $\int_0^\pi \int_0^{\pi/4} \int_0^4 \rho \sin \phi d\rho d\phi d\theta$     D)  $\int_0^{2\pi} \int_{\pi/4}^{\pi/2} \int_0^2 \rho \sin \phi d\rho d\phi d\theta$     F)  $\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/4} \int_0^2 \rho \sin \phi d\rho d\phi d\theta$

5) Plantear la integral doble  $\iint f(x,y) dA$ , en coordenadas rectangulares para determinar el volumen de la región sólida acotada por las ecuaciones  $z = x^2 + y^2$ ,  $z = 0$ ,  $y = x$ ,  $x = 0$ ,  $y = 1$ .

A)  $\int_0^1 \int_x^1 (x^2 + y^2) dy dx$     B)  $\int_0^1 \int_0^1 (x^2 + y^2) dy dx$     C)  $\int_0^1 \int_1^x (x^2 + y^2) dy dx$     D)  $\int_0^1 \int_0^x (x^2 + y^2) dy dx$

6) Plantear una integral doble en coordenadas polares para calcular el área localizada entre  $r = \cos 3\theta$  y  $r = \operatorname{sen} 3\theta$  (Primer Cuadrante).

A)  $2 \int_0^{\pi/12} \int_{\cos 3\theta}^{\operatorname{sen} 3\theta} r dr d\theta$     C)  $2 \int_0^{\pi/12} \int_0^{\operatorname{sen} 3\theta} r dr d\theta$     E)  $2 \int_0^{\pi/12} \int_0^{\cos 3\theta} r dr d\theta$   
 B)  $2 \int_0^{\pi/12} \int_0^{\operatorname{sen} 3\theta} dr d\theta$     D)  $2 \int_0^{\pi/12} \int_{\operatorname{sen} 3\theta}^{\cos 3\theta} r dr d\theta$

7) Plantear una integral iterada en coordenadas polares para el área de la región dentro del círculo  $x^2 + y^2 = 4$ , y arriba de la recta  $y = 1$ .

A)  $\int_{\pi/4}^{3\pi/4} \int_{\sec \theta}^4 r dr d\theta$     C)  $\int_{\pi/3}^{2\pi/3} \int_{\csc \theta}^4 r dr d\theta$     E)  $\int_{\pi/6}^{5\pi/6} \int_{\sec \theta}^4 r dr d\theta$   
 B)  $\int_{\pi/4}^{3\pi/4} \int_{\csc \theta}^2 r dr d\theta$     D)  $\int_{\pi/4}^{3\pi/4} \int_{\sec \theta}^2 r dr d\theta$     F)  $\int_{\pi/6}^{5\pi/6} \int_{\csc \theta}^2 r dr d\theta$

8) Cambie la integral  $\int_0^2 \int_{-\sqrt{2y-y^2}}^{\sqrt{2y-y^2}} (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$  a una integral polar equivalente.

A)  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\cos \theta} r^4 dr d\theta$     C)  $\int_{\pi}^{2\pi} \int_0^{-2\operatorname{sen} \theta} r^3 dr d\theta$     E)  $\int_0^{\pi} \int_0^{2\operatorname{sen} \theta} r^4 dr d\theta$   
 B)  $\int_0^{\pi/2} \int_0^{2\cos \theta} r^3 dr d\theta$     D)  $\int_{\pi/2}^{\pi} \int_0^{-2\cos \theta} r^3 dr d\theta$     F)  $\int_0^{\pi/2} \int_0^{2\operatorname{sen} \theta} r^4 dr d\theta$

9) Transformar la siguiente integral:  $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{1-x^2-y^2} (x+y) dz dy dx$  a una integral triple en coordenadas cilíndricas

A)  $\int_0^{\pi/2} \int_0^1 \int_0^{1-r^2} r^2 (\cos \theta + \operatorname{sen} \theta) dz dr d\theta$     D)  $\int_0^{\pi/4} \int_0^1 \int_0^{1+r^2} r^2 (\cos \theta + \operatorname{sen} \theta) dz dr d\theta$   
 B)  $\int_0^{\pi/2} \int_0^1 \int_0^{1-r^2} r dz dr d\theta$     E)  $\int_0^{\pi/4} \int_0^1 \int_0^{1-r^2} r (\cos \theta + \operatorname{sen} \theta) dz dr d\theta$   
 C)  $\int_0^{\pi/2} \int_0^1 \int_0^{1-r^2} r (\cos \theta + \operatorname{sen} \theta) dz dr d\theta$

10) Plantear una integral triple en coordenadas cilíndricas para encontrar el volumen de la región sólida acotada; abajo por el plano  $z = 0$ , arriba por  $z = 1 - y^2$ , por los lados por el cilindro  $x^2 + y^2 = 1$ , (**primer octante**)

A)  $\int_0^\pi \int_0^1 \int_0^{1-r^2 \sin^2 \theta} r dz dr d\theta$  C)  $\int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_0^{1-r^2 \sin^2 \theta} r dz dr d\theta$  E)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^1 \int_{1-r^2 \sin^2 \theta}^0 r dz dr d\theta$

B)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^1 \int_0^{1-r^2 \sin^2 \theta} r dz dr d\theta$  D)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^1 \int_{1-r^2 \sin^2 \theta}^0 r dz dr d\theta$

Aplicado