UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA. CUCEI Departamento de Matemáticas			A
PRIMER EXAMEN DEPARTAMENTAL. MATEMÁTICAS DISCRETAS. 2012 “A”			
Nombre:			16/Marzo/2012
Código:	Sección:	Aula de examen:	No. lista:

Instrucciones: Dispone de 90 minutos. Puede utilizar calculadora y papel limpio, no usar formularios. Cada RESPUESTA tiene un valor de 4 puntos.

1. Sea A = $\mathbb{Z}$ y sea **R** la relación sobre A definida como: **R** = {(a, b) tal que $a \leq b$)}
   Todas son propiedades de **R** EXCEPTO: [ ]

A) Reflexiva B) Simétrica C) Antisimétrica D) Transitiva

2. Sean A={1,2,3,4} y **R** ={(1,1),(1,2),(2,1),(2,2) ,(3,3) ,(3,4) ,(4,3) ,(4,4)} una relación de equivalencia sobre A. ¿Cuál partición es generada por las clases de equivalencia de A? [ ]

A) {{1,2,3,4}} B) {(1,2),(3,4)} C) {{1,2},{3,4}} D) {{1},{2},{3},{4}}

3. Sean A = {1,2,3} y **R** ={(1,1),(1,3),(3,2)}. Encuentre $\mathbf{R}^4 = \mathbf{R}\circ\mathbf{R}\circ\mathbf{R}\circ\mathbf{R}$ [ ]

A) {(1,1),(2,1),(3,1),(2,3)} B) {(1,1),(3,1),(2,3)} C) $\varnothing$ D) {(1,1),(1,2),(1,3)}

4. Sean A un conjunto y **R** una relación sobre A. (A, **R**) es un conjunto parcialmente ordenado (POSET) si y sólo si **R** es una relación: [ ]

A) De orden parcial B) De equivalencia C) Simétrica y transitiva D) Irreflexiva y antisimétrica

Contestar las preguntas 5-8 utilizando el siguiente enunciado:

Sean A = {1,2,3,4} y las relaciones sobre A definidas como sigue:
R = {(a, b) tal que a+b=4}, **S** = {(a, b) tal que a | b (división entera)}
T = {(a, b) tal que a = b+1} , **U** = {(a, b) tal que a = b}

5. ¿Cuál relación es un orden parcial? [ ]

A) **T** B) **R** C) **S** D) **U**

6. ¿Cuál relación es de equivalencia? [ ]

A) **U** B) **T** C) **R** D) **S**

7. ¿Cuál relación es irreflexiva y antisimétrica? [ ]

A) **R** B) **S** C) **U** D) **T**

8. ¿Cuáles relaciones son simétricas? [ ]

A) **T** y **S** B) **R** y **U** C) **S** y **U** D) **R** y **T**

9. Sean A={1,2,3} y **R**={ (a, b) tal que $x + y \leq 4$}. Determinar **R’** [ ]

A) {(2,1),(3,1),(3,2)} B) {(2,3),(3,2),(3,3)} C) {(1,1),(1,2),(2,1)} D) {(1,2),(1,3),(2,3)}

10. Sea **A**={1,2,3,4}y **R**={(a, b) tal que a = b}. Determinar [2] [ ]

A) {2} B) {1,2,3,4} C) {2,4} D) {1,2,4}

11. Sean **A**={1,2,3,4} y **R**={(1,2),(3,2)}. Determinar el Codominio de $\mathbf{R}\circ\mathbf{R}^{-1}$ [ ]

A) {3} B) {4} C) {1} D) {2}

12. Determine cuál de las siguientes relaciones de recurrencia es lineal, homogénea con coeficientes constantes y de segundo orden [ ]

A) $2a_r - 2a_{r-1} + 2a_{r-2} = 0$ B) $2a_r - 2a_{r-1} + 2a_{r-2} + 2^r = 0$ C) $2a_r - 2a_{r-1} = 0$ D) $2a_r - 2a_{r-1} + 2a_{r-3} = 0$

13. ¿Cuál matriz de relaciones representa una relación irreflexiva? [ ]

A) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

14. La sucesión $1/2, 1/4, \ldots, 1/2^n, \ldots, n \in \mathbb{N}$ es un ejemplo de un conjunto [ ]

A) Infinito de naturales B) Finito C) De irracionales D) Infinito numerable

15. En la fórmula $1^2 - 2^2 + 3^2 + \cdots + (-1)^{n-1}(n^2) = [(-1)^{n+1} n\,(n+1)]/2$ cuando tomamos los primeros 100 sumandos el resultado es: [ ]

A) –5151 B) –5050 C) –4950 D) 5050

16. Dada la fórmula $1^3+2^3+\ldots+n^3=(1+2+3+\ldots+n)^2$ la suma de los 15 primeros términos es [ ]

A) $(120)^3$ B) $(15)^2$ C) $(120)^2$ D) $(15)^3$

En las siguientes cuatro preguntas se da una igualdad en cada una. De acuerdo al principio de inducción matemática, **en el paso inductivo se debe demostrar que**:

17. $1\cdot2^1+2\cdot2^2+3\cdot2^3+\ldots+n2^n=2+(n-1)2^{n+1}$ [ ]

A) $1\cdot2^1+2\cdot2^2+\ldots+k2^k+(k+1)=2+(k-1)2^{k+1}$ B) $1\cdot2^1+2\cdot2^2+\ldots+k2^k+(k+1)2^{(k+1)}=2+(k-1)2^{k+1}$
C) $1\cdot2^1+2\cdot2^2+\ldots+k2^k+(k+1)2^{(k+1)}=2+(k+1)2^{k+2}$ D) $1\cdot2^1+2\cdot2^2+\ldots+k2^k+(k+1)2^{(k+1)}=2+k2^{k+2}$

18. $2^0+2^1+2^2+2^3+\ldots+2^{n-1}=2^n-1$ [ ]

A) $(2^k-1)+(k+1)=2^{k+1}-1$ B) $(2^k-1)+(2^k)=2^{k+1}-1$ C) $(2^k-1)+(k+1)=2^k-1$ D) $(2^k-1)+(2^k)=2^k-1$

19. $2\cdot2^1+3\cdot2^2+4\cdot2^3+\ldots+(n+1)2^n=n2^{n+1}$ [ ]

A) $2\cdot2^1+3\cdot2^2+\ldots+(k+1)2^k+(k+2)2^{(k+1)}=(k+1)2^{k+2}$ B) $2\cdot2^1+3\cdot2^2+\ldots+(k+1)2^k+(k+1)2^k=(k-1)2^{k+1}$
C) $2\cdot2^1+3\cdot2^2+\ldots+(k+1)2^k+(k+1)2^{(k+1)}=(k+1)2^{k+2}$ D) $2\cdot2^1+3\cdot2^2+\ldots+(k+1)2^k+(k+2)2^{(k+1)}=k2^{k+1}$

20. $2\cdot3^0+2\cdot3^1+2\cdot3^2+\ldots+2(3^{n-1})=3^n-1$ [ ]

A) $(3^k-1)+2(3^k)=3^{k+1}$ B) $(3^k-1)+2(3^k)=3^k-1$ C) $(3^k-1)+2(3^k)=3^{k+1}-1$ D) $(3^{k+1}-1)+2(3^k)=3^k-1$

En base a la relación de recurrencia $a_n=2a_{n-1}+2a_{n-2}$, con los valores iniciales $a_3=16$ y $a_4=44$ conteste las dos siguientes preguntas:

21. Determinar a_1 [ ]

A) 16 B) 2 C) 1 D) 6

22. Determinar a_6 [ ]

A) 896 B) 656 C) 328 D) 120

23. ¿Cuál progresión es geométrica y aritmética simultáneamente? [ ]

A) 1,1,1,1,… B) 1,–1,1,–1,… C) 1,0,1,0,… D) –1,0,–1,0,…

24. Determinar cuál es relación de recurrencia, si sus raíces características son:
   $\alpha_1 = -2$ $\alpha_2 = -2$ [ ]

A) $a_r - 4a_{r-1} - 4a_{r-2} = 0$ B) $a_r + 4a_{r-1} - 4a_{r-2} = 0$ C) $a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = 0$ D) $a_r + 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = 0$

25. Determinar la solución homogénea de la relación de recurrencia
   $a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = 4r + 2$ [ ]

A) $(A_1r+A_2)(2)^r$ B) $(A_1r+A_2)(-2)^r$ C) $(A_1r^2+A_2r+A_3)(2)^r$ D) $A_12^r + A_22^r$