UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA. CUCEI Departamento de Matemáticas			A
PRIMER EXAMEN DEPARTAMENTAL MATEMÁTICAS DISCRETAS. CICLO 2011 "B"			
Nombre:			14/Octubre/2011
Código:	Sección:	Aula de examen:	No. lista:

Instrucciones: Dispone de 90 minutos. Puede utilizar calculadora y papel limpio, no usar formularios. Cada RESPUESTA tiene un valor de 4 puntos.

En base al siguiente enunciado contestar las cinco preguntas siguientes:
Sean A = {0,1,2,3,4} y B ={0,1,2,3} y sean **R** y **S** dos relaciones de A en B definidas como sigue: **R**={(a,b) tal que $a+b=4$} y **S**={(a,b) tal que $a \mid b$ (división entera)}.

1. El resultado de **R** – **S** es [ ]

A) {1,2,3} B) {(3,1),(4,0)} C) {0,1,2,3} D) {(1,3),(2,2)}

2. El Dom(**S**) es [ ]

A) {1,2,3} B) {(3,1),(4,0)} C) {0,1,2,3} D) {(1,3),(2,2)}

3. El Cod(**R**) es [ ]

A) {1,2,3} B) {(3,1),(4,0)} C) {0,1,2,3} D) {(1,3),(2,2)}

4. El resultado de **R** $\cap$ **S** es [ ]

A) {1,2,3} B) {(3,1),(4,0)} C) {0,1,2,3} D) {(1,3),(2,2)}

5. El resultado de $\mathbf{R}^{-1}$ es [ ]

A) {(1,3),(2,2),(3,1),(0,4)} B) {(3,1),(4,0)} C) {(1,3),(2,2),(3,1),(4,0)} D) {(1,3),(2,2)}

Sea A = {1,2,3,4} y sean las relaciones sobre A definidas como sigue:
R = {(a, b) tal que $a+b=4$}, **S** = {(a, b) tal que $a \mid b$ (división entera)}
T = {(a, b) tal que $a \le b$}, **U** = {(a, b) tal que a = b+1} y **V** = {(a, b) tal que a = b}
Coloque una **A** para indicar si la afirmación es **verdadera** o una **B en caso contrario**.

6. **R** es un orden parcial sobre A [ ]
7. (A, **S**) es un conjunto parcialmente ordenado (POSET) [ ]
8. **T** es reflexiva y transitiva [ ]
9. **U** es simétrica [ ]
10. **V** es una relación de equivalencia sobre A [ ]

11. Sean A = {1,2,3} y **R** ={(1,1),(1,3),(2,1)}. Encuentre $\mathbf{R}^4 = \mathbf{R}\circ\mathbf{R}\circ\mathbf{R}\circ\mathbf{R}$ [ ]

A) {(1,1),(1,2),(3,1),(3,2)} B) {(1,1),(1,3),(3,2)} C) {(1,1),(1,3),(2,1),(2,3)} D) $\varnothing$

12. Sean A = {1,2,3} y **R** ={(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3)} una relación de equivalencia sobre A. Determine la partición que genera las clases de equivalencia de A [ ]

A) {1,2,3} B) {{1},{2},{3}} C) {{1,3},{2}} D) {{1,2},{3}}

13. Sea la partición S={{a, c},{b}} sobre A = {a, b, c}. Determine la relación **R** que origina dicha partición [ ]

A) {(a, a),(a, c),(b, b),(c, a),(c, c)} B) {(a, a),(b, b),(c, c)}
C) {(a, a),(a, b),(b, b),(c, b),(c, c)} D) {(a, b),(b, a),(c, b),(b, c),(c, c)}

En las siguientes tres preguntas se da una igualdad en cada una. Contestar de acuerdo al principio de inducción matemática, **en el paso inductivo se debe demostrar que**:

14. $1\cdot1!+2\cdot2!+\ldots+n\cdot n! = (n+1)!-1$ [ ]

A) $1\cdot1!+2\cdot2!+\ldots+n\cdot n!+(n+1)! = (n+1)!$ B) $1\cdot1!+2\cdot2!+\ldots+n\cdot n!+(n+1)(n+1)! = (n+2)!-1$
C) $1\cdot1!+2\cdot2!+\ldots+n\cdot n!+(n+1)! = (n+2)!-1$ D) $1\cdot1!+2\cdot2!+\ldots+n\cdot n!+(n+1)(n+1)! = (n+1)!-1$

15. $1+2+2^2+2^3+\ldots+2^n = 2^{n+1}-1$ [ ]

A) $(2^{n+1}-1)+(n+1) = 2^{n+1}-1$ B) $(2^{n+1}-1)+(2^{n+1}) = 2^{n+1}-1$
C) $(2^{n+1}-1)+(n+1) = 2^{n+2}-1$ D) $(2^{n+1}-1)+(2^{n+1}) = 2^{n+2}-1$

16. $1^3+2^3+\ldots+n^3 = (1+2+\ldots+n)^2$ [ ]

A) $(1+2+\ldots+n)^3+(n+1)^3 = (1+2+\ldots+n+(n+1))^2$ B) $(1+2+\ldots+n)^2+(n+1)^3 = (1+2+\ldots+n)^2+(n+1)^2$
C) $(1+2+\ldots+n)^2+(n+1)^3 = (1+2+\ldots+n+(n+1))^2$ D) $(1+2+\ldots+n)^2+(n+1)^3 = (1+2+\ldots+n)^2+(n+1)$

17. Experimentando con valores pequeños de n, encuentre la fórmula inductiva correcta para la suma $\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\frac{1}{4\cdot5}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}=$ [ ]

A) $\frac{n}{n(n+1)}$ B) $1-\frac{1}{n+1}$ C) $1-\frac{n}{(2n-1)}$ D) $1-\frac{1}{n(n+1)}$

18. Determine cuál de las siguientes relaciones de recurrencia es lineal homogénea con coeficientes constantes de segundo orden [ ]

A) $2a_r-2a_{r-1}+2a_{r-2}=0$ B) $2a_r-2a_{r-1}+2a_{r-2}+2^r=0$
C) $2a_r-2a_{r-1}=0$ D) $2a_r-2a_{r-1}+2a_{r-3}=0$

Escriba una **A** si la sucesión correspondiente es una **progresión aritmética**, **B** si es **geométrica** y **C** para **ninguna** de las dos.

19. $2\pi, 3\pi, 4\pi, 5\pi, \ldots$ [ ]
20. $e, -e, e, -e, \ldots$ [ ]
21. $\sqrt{2}, -\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, -2\sqrt{2}, \ldots$ [ ]
22. $log_{10}(10), log_{10}(100), log_{10}(1000), log_{10}(10000), \ldots$ [ ]

23. Dada la progresión –2,5,12,19, determine que término de la misma es 306 [ ]

A) a_{43} B) a_{44} C) a_{45} D) a_{46}

24. Determine la relación de recurrencia lineal con coeficientes constantes correspondiente, cuyas raíces características son $\alpha_1=-2$, $\alpha_2=-3$ [ ]

A) $a_r+5a_{r-1}-6a_{r-2}=0$ B) $a^r-5a_{r-1}-6a_{r-2}=0$
C) $a_r-5a_{r-1}+6a_{r-2}=0$ D) $a_r+5a_{r-1}+6a_{r-2}=0$

25. Determine la solución homogénea para la relación de recurrencia lineal con coeficientes constantes $a_r-6a_{r-1}+9a_{r-2}=2^r$ [ ]

A) $a_r^{(h)} = (A_1r+A_2)(-3)^r$ B) $a_r^{(h)} = (A_1r+A_2)(3)^r$
C) $a_r^{(h)} = A_1(3)^r + A_2(3)^r$ D) $a_r^{(h)} = A_1(-3)^r + A_2(-3)^r$