

**Instrucciones:** Dispone de 90 minutos. Puede utilizar calculadora y papel limpio, no usar formularios. Cada RESPUESTA tiene un valor de 4 puntos.

1. Sean  $A = \{1,2,3,4\}$  y  $R = \{(1,1),(2,1),(3,2),(4,3)\}$ . Encuentre  $\text{Dom}(R \circ (R \circ R)^{-1})$  [ ]  
 A)  $\{1,2,3,4\}$     B)  $\{1,2,3\}$     C)  $\{1,2\}$     D)  $\{1\}$

2. Sea  $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ . Cuáles de los siguientes conjuntos forman una partición de A si  $A_1 = \{1,2,3,4\}$ ,  $A_2 = \{5\}$ ,  $A_3 = \{6\}$ ,  $A_4 = \{2,4,6,8\}$ ,  $A_5 = \{6,7,8,9\}$ ,  $A_6 = \{1,3,5,7,9\}$  [ ]  
 A)  $S = \{A_1, A_2, A_3\}$     B)  $S = \{A_4, A_5, A_6\}$     C)  $S = \{A_3, A_4, A_6\}$     D)  $S = \{A_1, A_2, A_5\}$

3. Sea  $A = \{a, b, c, d\}$ . Cuál de las siguientes igualdades es siempre verdadera [ ]  
 A)  $(a, b) = (b, a)$     B)  $\{a, b\} = \{b, a\}$     C)  $(a, c) = (b, d)$     D)  $\{a, c\} = \{b, d\}$

4. Sean A el conjunto  $\mathbb{N}$  y  $R = \{(x,y) \text{ tal que } x + 3y = 13\}$  una relación sobre A. Determine los elementos de  $R^{-1}$  [ ]  
 A)  $\{(4,1),(3,4),(2,7),(1,10)\}$     B)  $\{(1,4),(4,3),(7,2),(10,1)\}$   
 C)  $\{(1,12),(2,11),(3,10),(4,9)\}$     D)  $\{(12,1),(11,2),(10,3),(9,4)\}$

5. Sea  $A = \{1, 2, 3\}$  y sea  $R = \{(1,1),(2,1),(1,3), (3,2)\}$ . Coloque una V si la declaración es verdadera o una F si es falsa [ ]  
 A) 1 R 1 [ ]  
 B) 2 R 3 [ ]  
 C) 2 R 1 [ ]  
 D) 3 R 1 [ ]

6. Todas las siguientes relaciones son reflexivas sobre  $A = \{1,2,3\}$  EXCEPTO [ ]  
 A)  $\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3)\}$     B)  $A \times A$     C)  $\{(1,1),(1,2),(2,2),(3,3)\}$     D)  $\emptyset$

7. Todas las siguientes relaciones son simétricas sobre  $A = \{1,2,3\}$  EXCEPTO [ ]  
 A)  $\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3)\}$     B)  $A \times A$     C)  $\{(1,1),(1,2),(2,2),(3,3)\}$     D)  $\emptyset$

8. Utilice la relación  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  para calcular la suma  $1 + 4 + 9 + \dots + 529$  [ ]  
 A) 4324    B) 4000    C) 4234    D) 4100

9. Sean  $A = \{1,2,3\}$  y  $R = \{(1,1),(2,2),(3,3)\}$  una relación sobre A. Determine su extensión transitiva  $R_1$  [ ]  
 A)  $\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3)\}$     B)  $\{(1,1),(2,2),(3,3)\}$     C)  $\emptyset$     D)  $A \times A$

10. Todas las siguientes relaciones son transitivas sobre  $A = \{1,2,3\}$  EXCEPTO [ ]  
 A)  $\{(1,1),(1,2),(2,2),(2,3)\}$     B)  $\emptyset$     C)  $\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3)\}$     D)  $A \times A$

11. Utilice la relación  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$  para calcular la suma  $1 + 8 + 27 + \dots + 4913$  [ ]  
 A) 23000    B) 24300    C) 22309    D) 23409

12. Encuentre la solución homogénea para la relación de recurrencia  $a_r - a_{r-1} - a_{r-2} = 0$  (Ecuación de Fibonacci) [ ]  
 A)  $A_1 \left[ \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right]^r + A_2 \left[ \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right]^r$     B)  $A_1 \left[ \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right]^r + A_2 \left[ \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right]^r$     C)  $A_1 \left[ \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right]^r + A_2 \left[ \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right]^r$     D)  $A_1 \left[ \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right]^r + A_2 \left[ \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right]^r$

13. Sea  $R$  una relación sobre un conjunto X. Coloque una V si la proposición es siempre verdadera o F en caso contrario. [ ]  
**R** es antisimétrica si y sólo si  $R \cap R^{-1} = \{(x, x) \text{ tal que } x \in X\}$  [ ]  
**R** es simétrica si y sólo si  $R = R^{-1}$  [ ]  
**R** es transitiva si y sólo si  $R \circ R \neq R$  [ ]

En las preguntas 14 a 16, determine  $R^{-1}$  en cada relación **R**. [ ]  
 14.  $R = \{(1,2),(2,3),(3,4)\}$  [ ]  
 A)  $\{(2,1),(2,3),(3,4)\}$     B)  $\{(2,1),(3,2),(4,3)\}$     C)  $\{(1,2),(2,3),(3,4)\}$     D)  $\{(2,1),(3,2),(3,4)\}$

15.  $R = \{(x, y) \text{ tal que } x - y = 1, x, y \in \mathbb{Z}\}$  [ ]  
 A)  $\{(x, y) \text{ tal que } y - x = 1, x, y \in \mathbb{Z}\}$     B)  $\{(x, y) \text{ tal que } -x - y = -1, x, y \in \mathbb{Z}\}$   
 C)  $\{(y, x) \text{ tal que } y - x = 1, x, y \in \mathbb{Z}\}$     D)  $\{(y, x) \text{ tal que } y - x = -1, x, y \in \mathbb{Z}\}$

16.  $R = \{(x, y) \text{ tal que } x \cdot y > 0, x, y \in \mathbb{Z}\}$  [ ]  
 A)  $\{(y, x) \text{ tal que } x \cdot y > 0, x, y \in \mathbb{Z}\}$     B)  $\{(x, y) \text{ tal que } x \cdot y < 0, x, y \in \mathbb{Z}\}$   
 C)  $\{(y, x) \text{ tal que } y < x, x, y \in \mathbb{Z}\}$     D)  $\{(x, y) \text{ tal que } x < y, x, y \in \mathbb{Z}\}$

En las preguntas 17 y 18, considere relación de recurrencia:  $a_r + 3a_{r-1} - 2a_{r-2} = 2r^2 + 3$ , con condiciones iniciales  $a_2 = 0$  y  $a_3 = 31$ . Calcule el valor del término indicado

17. Calcular  $a_5$  [ ]  
 A) 0    B) 31    C) 289    D) -58

18. Calcular  $a_0$  [ ]  
 A) 0    B) 2    C) 5    D) 31

19. Todas son relaciones de recurrencia lineales con coeficientes constantes EXCEPTO [ ]  
 A)  $a_r = a_{r-1} - a_{r-2} + 5r^2 + 3r$     B)  $a_r - 5a_{r-1} - 6a_{r-2} - r^3 - 3r + r = 0$   
 C)  $a_r - 5a_{r-1} - 6a_{r-2} = 0$     D)  $a_r - 5r^2 = \pi a_{r-1} - 6\pi a_{r-2}$

20. Determine la forma general que tiene la solución particular para la relación de recurrencia  $a_r + 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 2r + 1$  [ ]  
 A)  $P_1 r + P_2$     B)  $P_2 r$     C)  $P_1 r^2 + P_2 r + P_3$     D)  $P$