

UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA. CUCEI

Departamento de Matemáticas

PRIMER EXAMEN DEPARTAMENTAL  
MATEMÁTICAS DISCRETAS. CICLO 2008 "A"

Nombre:	11/Abril/2008	
Código:	Sección:	Aula de examen:

**Instrucciones:** Dispone de 90 minutos. Puede utilizar calculadora y papel limpio, no usar formularios. Cada RESPUESTA tiene un valor de 4 puntos.

1. Si  $A = \{1,2,3\}$  y  $R = \{(1,1),(1,2),(1,3),(2,2),(3,2),(3,3)\}$  es una relación sobre A, entonces  $R$  es: [ ]

- A) Una relación de orden parcial (orden parcial)      B) Una anticadena  
C) Un conjunto parcialmente ordenado (POSET)      D) Una relación de equivalencia

2. Las siguientes relaciones se definen sobre el conjunto  $A = \{1,2,3\}$ . Asocie las columnas si la relación satisface las propiedades correspondientes:

- |  |                             |     |
|--|-----------------------------|-----|
| A) $R$ no es simétrica ni antisimétrica                    | $R = \{(1,2)\}$             | [ ] |
| B) $R$ es simétrica y antisimétrica                        | $R = \{(1,2),(2,1),(2,3)\}$ | [ ] |
| C) $R$ es transitiva pero $R \cup R^{-1}$ no es transitiva | $R = \{(1,2),(2,1)\}$       | [ ] |
| D) $R$ es irreflexiva y simétrica                          | $R = \{(1,1),(2,2)\}$       | [ ] |

3. Sean  $A = \{a,b,c,d\}$  y  $R = \{(a,a),(a,b),(a,c),(a,d),(b,b),(c,c),(c,d),(d,d)\}$  una relación binaria sobre A. Determine  $R_I$  [ ]

- A)  $\{(b,a),(b,c),(b,d),(c,a),(c,b),(d,a),(d,b),(d,c)\}$       B)  $\{(b,c),(b,d)\}$   
C)  $\{(a,a),(a,b),(a,c),(a,d),(b,b),(c,c),(c,d),(d,d)\}$       D)  $\emptyset$

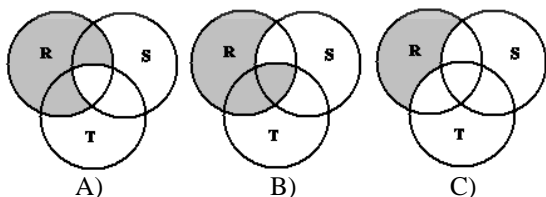
4. Sean  $A = \{a,b,c,d\}$  y  $R = \{(a,a),(a,b),(a,c),(b,c),(c,a),(c,c),(d,d)\}$  una relación binaria sobre A. Determine  $R^*$  [ ]

- A)  $\emptyset$   
B)  $\{(a,a),(a,b),(a,c),(a,d),(b,a),(b,b),(b,c),(b,d),(c,a),(c,b),(c,c),(c,d),(d,d)\}$   
C)  $\{(b,a),(b,b),(c,b)\}$   
D)  $\{(a,a),(a,b),(a,c),(b,a),(b,b),(b,c),(c,a),(c,b),(c,c),(d,d)\}$

5. Sean  $A = \{1,2,3\}$  y  $R = \{(1,1),(1,2),(1,3),(2,2),(3,2),(3,3)\}$  una relación binaria sobre A. Determine  $(R \circ R)^{-1}$  [ ]

- A)  $\{(1,1),(1,2),(1,3),(2,2),(3,2),(3,3)\}$       B)  $\{(1,1),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,3)\}$   
C)  $\{(1,1),(2,2),(3,3)\}$       D)  $\{(1,1),(2,1),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$

6. Sean  $R, S$  y  $T$  tres relaciones binarias sobre un conjunto A. Relacione cada Diagrama de Veen con la operación que le corresponde.



- $R - (S \cup T)$  [ ]  
 $R - (S \cap T)$  [ ]  
 $(R - S) - T$  [ ]  
 $R - (S - T)$  [ ]

7. Sean  $A = \{1,2\}$  y  $R = \{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2)\}$ . Determine la cantidad de elementos de  $P(R)$  [ ]

- A) 2      B) 4      C) 8      D) 16

8. Sea  $R = \{(A,B)$  tal que  $A \cap B = \emptyset$ ,  $A, B$  son elementos de todos los subconjuntos no vacíos de  $\mathbb{Z}$ , entonces  $R \oplus R^{-1}$  es igual a [ ]

- A)  $R$       B)  $\emptyset$       C)  $R$  ó  $R^C$       D)  $R^{-1}$

9. Todos los siguientes conjuntos son infinitos numerables EXCEPTO [ ]

- A)  $\{1/n, n \in \mathbb{Z}\}$       B)  $\mathbb{Q}^+$       C)  $\{2n+1, n \in \mathbb{R}\}$       D)  $\{2n, n \in \mathbb{N}\}$

10. ¿Cuál de las siguientes relaciones de recurrencia está bien definida? [ ]

- A)  $a_0=3, a_1=5; a_n = a_{n-1} - a_{n-2}$       B)  $a_0=3, a_1=5; a_n = a_{n-1} + a_{n-3}$   
C)  $a_0=3, a_n = 2a_{n-2}$       D)  $a_0=3; a_n = a_{n-1} - a_{n-2}$

11. Como hipótesis inductiva tenemos que  $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n \cdot (n+1) = [n(n+1)(n+2)]/3$  y habiendo completado la base de la inducción, para completar la demostración hay que verificar que: [ ]

- A)  $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + k \cdot (k+1) + (k+1)(k+2) = [k(k+1)(k+2)]/3$   
B)  $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + k \cdot (k+1) + (k+1)(k+2) = [k(k+1)(k+2)]/3 + [(k+1)]/3$   
C)  $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + k \cdot (k+1) + (k+1)(k+2) = [(k+1)(k+2)(k+3)]/3$   
D)  $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + k \cdot (k+1) = [(k+1)(k+2)(k+3)]/3$

12. Coloque una **G** si la sucesión correspondiente es Geométrica, **A** si es Aritmética o **N** para ninguna de las dos

- $\log_2(2), \log_2(4), \log_2(8), \log_2(16), \dots$  [ ]  
 $1, 2, 4, 7, 11, \dots$  [ ]  
 $\pi(2.03), \pi(2.03)^2, \pi(2.03)^3, \pi(2.03)^4, \dots$  [ ]

13. Coloque una "**S**" si la relación de recurrencia con coeficientes constantes es lineal no homogénea, una "**H**" si es homogénea y una "**N**" si no lineal con coeficientes constantes.

- $a_r = 3a_{r-1} + a_{r-2} - 8a_{r-3}$  [ ]  
 $a_r = 3a_{r-1} + a_{r-2} - 8ra_{r-3}$  [ ]  
 $a_r = 3r + 3a_{r-1} + a_{r-2} - 8a_{r-3}$  [ ]

14. Encuentre la solución homogénea para la relación de recurrencia lineal con coeficientes constantes  $a_r + 6a_{r-1} + 9a_{r-2} = 0$  [ ]

- A)  $(A_1r + A_2)(3)^r$       B)  $(A_1r + A_2)(-3)^r$       C)  $(A_1)(-3)^r + (A_2)(-3)^r$       D)  $(A_1)(-3)^r$

15. Determine la relación de recurrencia lineal con coeficientes constantes correspondiente si sus raíces características son  $\alpha_1 = 3$  y  $\alpha_2 = 5$  [ ]

- A)  $a_r + 8a_{r-1} + 15a_{r-2}$       B)  $a_r - 8a_{r-1} - 15a_{r-2}$       C)  $a_r + 8a_{r-1} - 15a_{r-2}$       D)  $a_r - 8a_{r-1} + 15a_{r-2}$