

INSTRUCCIONES GENERALES: Lee con cuidado las preguntas y contesta lo que se te pide en cada caso, PUEDES USAR CALCULADORA y SACAR FORMULARIO, tienes 1:30 horas para contestar tu examen.

-SEGUNDO EXAMEN DE ÁLGEBRA LINEAL

Viernes, 4/Junio/ 2010

Escribe la letra que conteste correctamente a cada una de las preguntas:

_____ 1. Determine el conjunto que sea una base para el espacio vectorial definido por el plano $\pi = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : 2x - 3y + z = 0 \right\}$ (z es la variable dependiente).

a. $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$

b. $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

c. $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$

d. $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$

_____ 2. En \mathbb{R}^2 , $(x)_{B_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ donde $B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$. ¿Cuál es el vector x en términos de la $B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$?

a. $\begin{pmatrix} 13/8 \\ 1/8 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 11/8 \\ -9/8 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} -13/8 \\ -1/8 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} -11/8 \\ 9/8 \end{pmatrix}$

_____ 3. ¿Cuál de los siguientes conjuntos de vectores genera al espacio correspondiente?

a. $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ a M_{22}

c. $\{x+5, 2x+10\}$ a \mathbb{P}

b. $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}$ a \mathbb{R}^3

d. $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} \right\}$ a \mathbb{R}^2

_____ 4. ¿Cuál es la matriz de transición en \mathbb{R}^2 de la base $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ a la base $\left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$?

a. $\begin{pmatrix} -2 & 9 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -9 & 4 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 9 & -4 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 2 & -9 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

_____ 5. Encuentra el núcleo de la transformación lineal: $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3x+2y-z \\ 6x-4y+2z \end{pmatrix}$

a. $nu(T) = gen. \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$

c. $nu(T) = gen. \left\{ \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} \right\}$

b. $nu(T) = gen. \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

d. $nu(T) = gen. \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$

_____ 6. De la transformación lineal $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x \\ 3y \\ 2x+5y \end{pmatrix}$

¿Cuál representa la matriz de transformación?

a. $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

7. ¿Cuál es una transformación lineal?

a. $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2; T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y \\ 3 \end{pmatrix}$

c. $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3; T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 3y \\ 2z \end{pmatrix}$

b. $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2; T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^3 \\ y \end{pmatrix}$

d. $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2; T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xz \\ x/y \end{pmatrix}$

8. ¿Cuál de los siguientes conjuntos de vectores es linealmente independiente?

a. $\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$

9. El vector $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ en terminos de la base $\left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$ es:

a. $\begin{pmatrix} 2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} -6/4 \\ 13/4 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 10/4 \\ -11/4 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 10/4 \\ -9/4 \end{pmatrix}$

10. ¿Cuál es la matriz de transición de la base $\{1, x\}$ en P_1 , a la base $\{1+x, 2+3x\}$?

a. $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 \\ -1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 1 & -1/3 \\ -1 & 2/3 \end{pmatrix}$

11. Si A es una matriz 3×5 seleccione los posibles valores de la nulidad de A

a. 0, 2, ó 1

c. 2, 3, ó 4

b. 1, 2, 3 ó 4

d. 0, 1, 2, 3 ó 4

12. ¿Cuál de los siguientes conjuntos de vectores es un subespacio vectorial real?

a. El conjunto de las matrices triangulares superiores.

c. $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : 2x+y-3=0 \right\}$

b. El conjunto de las matrices triangulares

d. $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : 2x-2=y \right\}$

13. ¿Cuál es el rango de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$?

a. 2

b. 3

c. 0

d. 1

14. ¿Cuál de los siguientes conjuntos de vectores representa una base ortonormal?

a. $\left\{ \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

c. $\left\{ \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

b. $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

d. $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$

___ 15. ¿Cuál es el Espacio nulo de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -4 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$?

a. $N_A = \text{gen} \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

b. $N_A = \text{gen} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

c. $N_A = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

d. $N_A = \text{gen} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

Escribe si es verdadero (V) o falso (F) el siguientes enunciado:

___ 16. Cualesquiera dos vectores linealmente independientes en \mathbb{R}^2 forman una base para \mathbb{R}^2 .

___ 17. El conjunto de vectores $\{1+x, x-x^2\}$ genera el espacio vectorial P_2

___ 18. El conjunto de vectores $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ con $y = -5x$ es un espacio vectorial real.

___ 19. $\begin{pmatrix} 0 \\ -7 \end{pmatrix}$ está en el espacio generado por $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$.

___ 20. Sea $H = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : 2x+11y-3z=0 \right\}$. Entonces la $\dim H = 1$.

Aplicado