

INSTRUCCIONES GENERALES: Lee con cuidado las preguntas y contesta lo que se te pide en cada caso, PUEDES USAR CALCULADORA y SACAR FORMULARIO, tienes 1:30 horas para contestar tu examen.

-SEGUNDO EXAMEN DE ÁLGEBRA LINEAL

Viernes, 11/Diciembre/ 2009

Escribe si es verdadero (V) o falso (F) el siguientes enunciado:

- ___ 1. El conjunto de vectores $\{1-x, 3-x^2\}$ genera el espacio vectorial P_2
- ___ 2. $\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ está en el espacio generado por $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$.
- ___ 3. Los vectores (x, y, z) en \mathbb{R}^3 que satisfacen $x+2y-z=0$ es un espacio vectorial.
- ___ 4. Sea $H = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : 2x+11y-3z=0 \right\}$. Entonces la $\dim H=2$.
- ___ 5. El conjunto de vectores $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ en \mathbb{R}^2 con $y=-5x$ es un espacio vectorial real.
- ___ 6. Cualquiera dos vectores linealmente independientes en \mathbb{R}^2 forman una base para \mathbb{R}^2 .

Escribe la letra que conteste correctamente a cada una de las preguntas:

- ___ 7. En \mathbb{R}^2 sea $B_1 = \{i, j\}$ y $(x)_{B_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ ¿Cuál es el vector $(x)_{B_2}$ en términos de la base: $B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}$?
- a. $\begin{pmatrix} -4/5 \\ 6/5 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 16/5 \\ -4/5 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 1/5 \\ 1/5 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} 26/5 \\ -9/5 \end{pmatrix}$
- ___ 8. De la transformación lineal $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3; T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x \\ 3y \\ 2x+5y \end{pmatrix}$
 ¿Cuál representa la matriz de transformación?
- a. $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$
- ___ 9. Sean $T = \{2x+1, -x-2\}$ y $S = \{x+2, -x-1\}$. ¿Cuál es la matriz de transición para hacer un cambio de la base T a la base S?
- a. $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$

10. En \mathbb{R}^2 , $(x)_{B_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ donde $B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$. ¿Cuál es el vector x en términos de la $B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$?

a. $\begin{pmatrix} -11/8 \\ 9/8 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 11/8 \\ -9/8 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 13/8 \\ 1/8 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} -13/8 \\ -1/8 \end{pmatrix}$

11. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 & 6 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ ¿Cuál es el espacio nulo de A ?

a. $N_A = \text{gen} \left\{ \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ c. $N_A = \text{gen} \left\{ \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$
 b. $N_A = \text{gen} \left\{ \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ d. $N_A = \text{gen} \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

12. ¿Cuál es el rango de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$?

a. 0 b. 3 c. 1 d. 2

13. ¿Cuál de los siguientes conjuntos de vectores es un subespacio vectorial real?

a. El conjunto de las matrices triangulares superiores. c. El conjunto de las matrices triangulares
 b. $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ en } \mathbb{R}^2 : 2x - 2 = y \right\}$ d. $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ en } \mathbb{R}^2 : 2x + y - 3 = 0 \right\}$

14. ¿Cuál es una transformación lineal?

a. $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3; T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 3y \\ 2z \end{pmatrix}$ c. $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2; T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xz \\ x/y \\ z \end{pmatrix}$
 b. $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2; T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ x+y \\ 3 \end{pmatrix}$ d. $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2; T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^3 \\ y \end{pmatrix}$

15. ¿Cuál es la base ortonormal para el espacio vectorial $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x = y = z \right\}$?

a. $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ c. $\left\{ \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$
 b. $\left\{ \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ d. $\left\{ \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$

- ___ 16. ¿Cuál es la matriz de transición de la base $\{1, x\}$ en P_1 , a la base $\{1+x, 2+3x\}$?
- a. $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ b. $\begin{bmatrix} 1 & -1/3 \\ -1 & 2/3 \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 \\ -1/3 & 2/3 \end{bmatrix}$ d. $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$
- ___ 17. De los siguientes conjuntos de vectores ¿Cuál es linealmente dependiente?
- a. $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ c. $\{3x, 6x-1\}$
- b. $\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ d. $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}$
- ___ 18. Determine el conjunto que sea una base para el espacio vectorial definido por el plano $\pi = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \in R^3 : 2x+3y-z=0 \right\}$ (z es la variable dependiente)
- a. $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \right\}$ b. $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} \right\}$ c. $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \right\}$ d. $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \right\}$
- ___ 19. Si A es una matriz 3×5 seleccione los posibles valores de la nulidad de A
- a. 0, 1, 2, 3 ó 4 c. 1, 2, 3 ó 4
- b. 2, 3, ó 4 d. 0, 2, ó 1
- ___ 20. ¿Cuáles de los siguientes pares de vectores pueden general a R^2 ?
- a. $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$